

**SIFAT-SIFAT GELANGGANG POLINOMIAL DENGAN KOEFISIEN DI  
BILANGAN RIIL DAN KOMPLEKS**

**SKRIPSI SARJANA MATEMATIKA**

Oleh

**FIRMAN H  
01 134 045**



**JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS ANDALAS  
PADANG  
2007**

## ABSTRAK

Gelanggang polinomial adalah himpunan semua polinomial dengan koefisien - koefisien dari suatu gelanggang  $R$  dengan peubah  $x$  dinotasikan dengan  $R[x]$

$$R[x] = \left\{ f(x) \mid f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n = \sum_{i=0}^n a_i x^i, a_i \in R, i \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\} \right\}.$$

Pada tulisan akan membahas beberapa sifat gelanggang polinomial dengan koefisien di bilangan riil dan sifat khusus untuk gelanggang polinomial bilangan kompleks.

**Kata kunci :** gelanggang, polinomial, lapangan

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang Masalah

Sebuah fungsi  $f$  disebut fungsi polinomial jika  $f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_{n-1}x^{n-1} + a_nx^n$  dengan  $n$  adalah bilangan bulat tak negatif dan bilangan  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{n-1}, a_n$  adalah konstanta yang disebut koefisien polinomial. Himpunan semua polinomial dengan koefisien – koefisien dari gelanggang  $R$  dengan peubah  $x$  ditulis  $R[x]$ . Himpunan polinomial di  $R[x]$  dapat membentuk suatu gelanggang, yang disebut dengan gelanggang polinomial  $R[x]$ .

Pada tulisan ini akan dibahas hal-hal yang berkaitan dengan gelanggang polinomial yang meliputi definisi-definisi dan teorema-teorema.

### 1.2 Perumusan Masalah

Jika  $R$  suatu gelanggang dan  $R[x]$  menyatakan himpunan semua polinomial dengan koefisien di  $R$ , sifat-sifat yang dimiliki oleh  $R[x]$ .

### 1.3 Pembatasan Masalah

Gelanggang polinomial dibatasi pada gelanggang bilangan riil dan bilangan kompleks

### 1.4 Tujuan Penulisan

Tujuan dari penulisan ini adalah untuk mengetahui beberapa sifat dari gelanggang polinomial

### 1.3 Sistematika Penulisan

Adapun sistematika penulisan skripsi ini adalah :

- BAB I      Pendahuluan. Pada bab ini dipaparkan latar belakang, perumusan masalah, pembatasan masalah, tujuan penulisan, dan sistematika penulisan.
- BAB II     Landasan teori. Pada bab ini akan diuraikan tentang gelanggang dan gelanggang polinomial.
- BAB III    Pembahasan. Pada bab ini dibahas tentang sifat-sifat dari gelanggang polinomial
- BAB IV    Kesimpulan. Bab ini berisi kesimpulan dari pembahasan masalah pada bab sebelumnya.



## BAB IV

### KESIMPULAN

Jika  $R$  gelanggang maka  $R[x]$  juga gelanggang, yang disebut dengan gelanggang polinomial. Sifat-sifat gelanggang polinomial dengan kostanta di bilangan riil dan kompleks adalah sebagai berikut :

1. Jika  $f$  dan  $g$  di  $R[x]$  maka :

a.  $\text{der}(f + g) \leq \max\{\text{der}(f), \text{der}(g)\}$

b.  $\text{der}(fg) = \text{der}(f) + \text{der}(g)$

2. Misalkan  $f(x) \in R[x]$  dan  $\alpha \in \mathbb{R}$ . Maka  $\alpha$  adalah akar polinomial  $f(x)$  jika dan hanya jika  $x - \alpha$  pembagi  $f(x)$ .

3. Jika polinomial  $f(x) \in R[x]$  mempunyai  $\text{der}(f(x)) = n$ , dengan  $n \geq 1$ . Maka polinomial  $f(x)$  mempunyai paling banyak  $n$  akar

4. Jika polinomial  $f(x) \in R[x]$  dengan  $\text{der} f(x) = n$ , dimana  $n \geq 1$  dan  $f(x)$  mempunyai  $n$  akar berbeda, misalkan  $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n$  adalah akar-akar dari  $f(x)$

Maka  $f(x)$  dapat ditulis sebagai :  $f(x) = \beta (x - \gamma_1)(x - \gamma_2) \dots (x - \gamma_n)$ ,

dimana  $\beta$  adalah koefisien utama dari  $f(x)$ .

Sifat khusus gelanggang polinomial  $\mathbb{C}[x]$ , dimana  $\mathbb{C}$  adalah bilangan kompleks :

Jika polinomial  $f(x)$  di  $\mathbb{C}[x]$  yang mempunyai  $\text{der}(f(x)) = n$ , dimana  $n \geq 1$  maka  $f(x)$  mempunyai  $n$  akar.

## DAFTAR PUSTAKA

- [1] Adkins, W.A. and Weintraub, S H. 1992. *Algebra Approach via Module Theory*. Springer – Verlag, New York
- [2] Arifin, A. 2000. *Aljabar*. ITB, Bandung
- [3] Ehrlich. 1991. *Fundamental Concept Abstract Algebra*. PWS – Kent Publishing Company, Boston
- [4] Fraleigh, J.B. 1994. *A First Course in Abstract Algebra*. Addison - Wesley Publishing Company, New York
- [5] Herstein, I.N. 1997. *Topics in Algebra*. Jhon Wiley & Sons, New York
- [6] Wambrown, James and Churchill. V. Ruel, 1996. *Complex Variables And Applications*. 6 edition. New York.
- [7] Whitelaw, Thomas A. 1995. *Introduction to Abstract Algebra*. Blackie Academic & Professional, Glasgow

