MODUL *KUOSIEN*

SKRIPSI SARJANA MATEMATIKA

Oleh

CINDI PURNAHARTI IRWANDI
04 934 019

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS ANDALAS
2009

ABSTRAK

Misalkan modul kiri M atas gelanggang A, terdapat submodul N dari M, relasi $\equiv (mod\ N)$ adalah relasi ekivalen. Himpunan klas ekivalen modulo N pada M ditandai dengan M/N. Untuk setiap klas ekivalen M/N dan unsur $\alpha \in A$ didefinisikan pengaitan pada operasi tambah di M/N, yaitu pemetaan : $+: M/N \times M/N \to M/N$

$$+: (\bar{x}, \bar{y}) \mapsto \bar{x} + \bar{y} = \overline{x + y},$$

Dan operasi skalar pada M/N, yaitu pemetaan :

$$\times: A \times M/N \to M/N$$
$$\times: (\alpha, \bar{x}) \to \alpha\bar{x} = \overline{\alpha x}$$

Kata kunci : *grup, gelanggang, relasi ekivalen, modul.*

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang Masalah

Apabila selama ini dikenalkan suatu konsep aljabar mengenai ruang vektor, maka modul merupakan perumuman dari ruang vektor. Pada modul, syarat skalar diperumum menjadi elemen pada suatu ring dan bukan lapangan. Dengan demikian ruang vektor merupakan suatu kasus khusus dari modul.

Di dalam modul kiri M atas gelanggang A, terdapat submodul N dari M, relasi $\equiv (mod\ N)$ adalah relasi ekivalen. Himpunan klas ekivalen modulo N pada M ditandai dengan M/N. Untuk setiap klas ekivalen M/N dan unsur $\alpha \in A$ didefinisikan pengaitan pada operasi tambah di M/N, yaitu pemetaan :

$$+: M/N \times M/N \to M/N$$

$$+: (\bar{x}, \bar{y}) \mapsto \bar{x} + \bar{y} = \overline{x + y},$$

dan operasi skalar pada M/N, yaitu pemetaan :

$$\times: A \times M/N \to M/N$$

$$\times: (\alpha, \bar{x}) \to \alpha\bar{x} = \overline{\alpha x}$$

1.2. Perumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, permasalahan yang dibahas pada tulisan ini adalah sifat-sifat apa saja yang dimiliki oleh suatu modul *kuosien*.

1.3 Pembatasan Masalah

Pada tulisan ini penulis membatasi permasalahan pada sifat-sifat modul *kuosien*.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan penulisan ini adalah untuk mengetahui sifat-sifat modul *kuosien*.

1.5 Sistematika Penulisan

Adapun sistematika penulisan dari skripsi ini adalah :

BAB I : Pendahuluan

Bab ini berisi latar belakang, perumusan masalah, pembatasan masalah, tujuan penulisan, dan sistematika penulisan.

BAB II : Landasan Teori

Pada bab ini akan diuraikan tentang definisi, dan teorema yang berhubungan dengan modul dan sifat-sifat relasi ekivalen .

BAB III : Pembahasan

Pada bab ini dibahas tentang sifat-sifat beserta contoh dari modul *kuosien*.

BAB IV : Kesimpulan

Bab ini berisi kesimpulan dari pembahasan masalah pada bab III.

BAB IV

KESIMPULAN

Dari pembahasan yang telah dilakukan pada bab sebelumnya, didapat kesimpulan sebagai berikut : Misalkan A suatu gelanggang yang memiliki unsur kesatuan dan tidak perlu komutatif. Pandang suatu modul kiri M atas gelanggang A. Misalkan N suatu submodul dari M.

1. Suatu relasi $\sim$ pada M, untuk setiap unsur x dan y di M berlaku $x \sim y$ jika $x - y \in N$. Maka $\sim$ adalah suatu relasi ekivalen pada M.
2. unsur x dan y di M yang memenuhi $x \sim y$ kita tulis:

$$x \equiv y(mod\ N),$$

3. untuk setiap unsur x dan y di M yang memenuhi $x \sim y$ jika $x - y \in N$. M. Klas ekivalen modulo N yang memuat unsur x ditandai dengan $\bar{x}$, yaitu :

$$\bar{x} = \{y \in M \mid y \equiv x(mod\ N)\}.$$

4. Himpunan semua klas ekivalen modulo N yang berbeda di M ditandai dengan M/N.
5. Terhadap operasi tambah dan operasi kali skalar, sistim matematika M/N membentuk suatu modul kiri atas gelanggang A, dan M/N disebut sebagai modul *kuosien*.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Adkins, William A. and steven H. Weintraub. 1992. *Algebra an approach via module theory. Springer-verlag*, New York.

[2] Anton, Howard. 1991. *Aljabar linier elementer edisi kelima*. Erlangga, Jakarta.

[3] Arifin, Achmad. 2000. *Aljabar linier*. Penerbit ITB, Bandung.

[4] Heirstein, I.N.1975. *Topics in algebra 2nd Edition*. New York : John Wiley & Sons, Inc.

[5] Arifin, Achmad. 2001. *Aljabar linier*. Penerbit ITB, Bandung.

[6] *http://wijna.web.ugm.ac.id/ pengantar teori modul.pdf*