KONSEP KEKOMPAKKAN PADA DAERAH HASIL FUNGI YANG KONTINU DAN KEKONTINUAN FUNGSI INVERNYA

SKRIPSI SARJANA MATEMATIKA

OLEH:

<u>ADELIA DERIFNI</u>
03 134 035

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS ANDALAS
PADANG

2007

ABSTRAK

Misalkan K adalah suatu himpunan di $\Re$. Liput buka dari himpunan K adalah koleksi dari himpunan buka di $\Re$ misalkan $\mathcal{G} = \{G_a\}$ yang gabungan dari koleksi himpunan buka tersebut memuat K. Himpunan K dikatakan himpunan kompak jika untu setiap liput buka dari himpunan K memiliki liput bagian berhingga. Dengan menggunakan konsep kekompakkan pada himpunan dapat dilihat bahwa daerah hasil fungsi yang kontinu pada himpunan kompak adalah himpunan kompak. Jika fungsi kontinu tersebut juga merupakan fungsi satu-satu maka dengan konsep kekontinuan fungsi dapat dilihat bahwa fungsi inversnya adalah fungsi yang kontinu pada daerah hasilnya.

Kata kunci : *liput buka, himpunan buka, himpunan kompak, fungsi satu-satu, fungsi invers, fungsi kontinu.*

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Misalkan $\Re$ adalah himpunan bilangan riil dan misalkan $V_\varepsilon(x):=(x-\varepsilon, x+\varepsilon)$ adalah lingkungan-ε dari x untuk suatu $\varepsilon>0$ dan terdapat himpunan $G\subseteq\Re$ sehingga jika untuk setiap x anggota himpunan G ada $V_\varepsilon(x)$ yang memenuhi $V_\varepsilon(x)\subseteq G$ maka G disebut himpunan buka di $\Re$. Jika $\mathcal{G} = \{G_\alpha\}$ adalah koleksi himpunan buka maka di $\Re$ gabungan sebarang koleksi himpunan buka tersebut merupakan himpunan buka di $\Re$.

Misalkan K adalah suatu himpunan di $\Re$. Liput buka dari himpunan K adalah koleksi $\mathcal{G} = \{G_\alpha\}$ dari himpunan buka di $\Re$ yang gabungan dari koleksi himpunan buka tersebut memuat K yaitu $K\subseteq \bigcup_\alpha G_\alpha$. Jika $\mathcal{G}'$ adalah subkoleksi dari $\mathcal{G}$ dan gabungan dari himpunan $\mathcal{G}'$ memuat K maka $\mathcal{G}'$ disebut liput bagian dari $\mathcal{G}$. Jika $\mathcal{G}'$ terdiri dari beberapa himpunan berhingga maka $\mathcal{G}'$ dikatakan liput bagian berhingga dari $\mathcal{G}$. Himpunan K dikatakan kompak jika untuk setiap liput buka dari himpunan K memiliki liput bagian berhingga.

Misalkan $f:K\rightarrow\Re$ adalah fungsi yang kontinu pada K dengan K merupakan himpunan kompak. Pada tulisan ini akan dibahas penggunaan konsep kekompakkan suatu himpunan untuk melihat bahwa daerah hasil fungsi tersebut ($f(K)$) adalah himpunan kompak. Jika fungsi tersebut juga merupakan fungsi satu-satu, maka dengan konsep kekompakan dan kekontinuan dapat digunakan untuk melihat bahwa f^{-1} adalah fungsi yang kontinu pada $f(K)$.

1.2 Permasalahan

Permasalahan pada tulisan ini adalah membahas kekompakkan daerah hasil fungsi yang kontinu pada himpunan kompak dan membahas kekontinuan fungsi invers dari fungsi tersebut.

1.3 Batasan Masalah

Penulisan akan diawali dengan pembahasan mengenai suatu fungsi yang kontinu pada daerah asalnya kemudian pembahasan mengenai daerah hasil dari fungsi tersebut dan akan dilanjutkan dengan pembahasan fungsi invers dari fungsi tersebut. Tulisan ini dibatasi pada pembahasan mengenai kekompakan daerah hasil dari suatu fungsi yang kontinu pada himpunan kompak dan pembahasan mengenai kekontinuan fungsi inversnya pada daerah hasil fungsi jika fungsi tersebut juga merupakan fungsi satu-satu.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah menunjukan daerah hasil dari suatu fungsi yang kontinu pada himpunan kompak adalah himpunan kompak dan menunjukkan kekontinuan fungsi invers dari fungsi tersebut pada daerah hasil fungsi jika fungsi tersebut juga merupakan fungsi satu-satu.

1.5 Sistematika Penulisan

Tugas akhir ini terdiri dari beberapa bab, yakni Bab I berisi pendahuluan berupa latar belakang, permasalahan, batasan masalah, tujuan penelitian dan sistematika penulisan. Pada Bab II berisi landasan teori yaitu tentang pengurangan pada himpunan, irisan pada himpunan, gabungan pada himpunan, himpunan berhingga, himpunan terbatas, suprimum dan infimum dari suatu himpunan terbatas, lingkungan pada suatu titik, himpunan buka, himpunan tutup, liput buka dari suatu himpunan, liput bagian dari suatu liput buka pada suatu himpunan, barisan bilangan riil, barisan bilangan riil yang konvergen, barisan bilangan riil yang terbatas, barisan bilangan riil yang monoton, subbarisan bilangan riil, daerah hasil fungsi, daerah invers fungsi, fungsi satu-satu, fungsi invers, titik limit, fungsi kontinu dan fungsi terbatas. Pada Bab III berisi pembahasan kekompakkan suatu himpunan, fungsi yang kontinu pada himpunan kompak dan fungsi invers dari fungsi satu-satu dan kontinu pada himpunan kompak. Bab IV berisi kesimpulan sebagai penutup dari tulisan ini.

KESIMPULAN

Dengan menggunakan konsep kekompakkan pada himpunan dapat dibuktikan bahwa daerah hasil fungsi yang kontinu pada himpunan kompak juga merupakan himpunan kompak. Jika fungsi kontinu pada himpunan kompak juga merupakan fungsi satu-satu maka dengan konsep kekontinuan fungsi diperoleh bahwa fungsi inversnya merupakan fungsi yang kontinu pada daerah hasilnya.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Bartle, R.G dan Donald, R.S. 1991. *Introduction To Real Analysis Second Editon.*

[2] Bartle R.G dan Donald, R.S. 2000. *Introduction To Real Analysis Third Edition.*

[3] Richard,R dan Goldberg. 1976. *Methods Of Real analysis Second Edition.* The University Of Lowa.

[4] Haaser, N. B dan Joseph, A.S. 1990. *Real Analysis.* Dover Publications. Inc. New York.