

**HOMOMORFISMA MODUL**

**SKRIPSI SARJANA MATEMATIKA**

Oleh

**SANDRA YOHANA MARTEEN**

**05 134 042**



**JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS ANDALAS  
PADANG  
2009**

## ABSTRAK

Modul merupakan bentuk umum dari ruang vektor di aljabar linier dengan skalar adalah unsur dari suatu gelanggang. Misalkan  $M$  dan  $N$  adalah  $A$ -modul kiri. Homomorfisma modul, atau  $A$ -homomorfisma,  $f : M \rightarrow N$  adalah suatu pemetaan  $f : M \rightarrow N$  yang memenuhi:  $f(x + y) = f(x) + f(y)$ , untuk semua  $x$  dan  $y$  di  $M$ , dan  $f(\alpha x) = \alpha f(x)$ , untuk semua  $\alpha \in A$  dan  $x \in M$ . Pada tulisan ini dibahas tentang sifat-sifat homomorfisma modul yaitu epimorfisma, monomorfisma, dan isomorfisma.

**Kata kunci :** *modul, gelanggang, modul kiri, homomorfisma modul, pemetaan, isomorfisma, inti, submodul, peta, epimorfisma, monomorfisma*

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1. Latar Belakang Masalah

Pada hakekatnya ruang vektor adalah suatu modul atas lapangan. Bila suatu ruang vektor  $V$  atas lapangan  $F$ , maka modul atas gelanggang endomorfisma  $\text{End}_F(V)$ . Dengan kata lain modul merupakan bentuk umum dari ruang vektor dengan skalar adalah unsur dari suatu gelanggang.

Suatu pemetaan didefinisikan dari suatu himpunan ke dalam himpunan yang lain. Sedangkan homomorfisma modul adalah pemetaan dari suatu modul ke dalam modul yang lain, yang memelihara atau mengawetkan operasi pada modul, yaitu operasi tambah dan operasi kali skalar.

Homomorfisma modul atas gelanggang  $A$  disebut juga morfisma modul atau  $A$ -morfisma. Homomorfisma modul  $f: M \rightarrow N$  adalah pemetaan dari  $A$ -modul  $M$  ke dalam  $A$ -modul  $N$ . Jika  $M$  dan  $N$  adalah ruang vektor atas lapangan  $F$  maka transformasi linier dari  $M$  ke  $N$  adalah homomorfisma  $F$ -modul dari  $M$  ke  $N$ .

### 1.2. Perumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, permasalahan yang dibahas pada tulisan ini adalah sifat-sifat apa saja yang dimiliki oleh suatu homomorfisma modul.



### **1.3. Pembatasan Masalah**

Pada tulisan ini penulis membatasi permasalahan yang akan dibahas pada sifat-sifat homomorfisma modul atas gelanggang  $A$  komutatif.

### **1.4. Tujuan Penelitian**

Tujuan penulisan ini adalah untuk mengetahui sifat-sifat homomorfisma modul, yaitu : isomorfisma, epimorfisma, dan monomorfisma.

### **1.5. Sistematika Penulisan**

Penulisan tugas akhir ini terdiri dari empat bab. Bab I pendahuluan. Dalam bab ini diuraikan latar belakang, perumusan masalah, pembatas masalah, tujuan penelitian, dan sistematika penulisan. Bab II landasan teori. Pada bab ini berisi definisi dan teorema yang berhubungan dengan modul dan sifat-sifat homomorfisma modul. Bab III pembahasan. Pada bab ini dibahas tentang modul dan sifat-sifat homomorfisma modul. Bab IV kesimpulan. Bab ini berisi kesimpulan dari pembahasan masalah pada bab III.

## BAB IV

### KESIMPULAN

Dari pembahasan yang telah dilakukan pada bab sebelumnya, didapat kesimpulan sebagai berikut: misalkan  $A$  suatu gelanggang komutatif,  $M$  dan  $N$  adalah  $A$ -modul,

1. Jika  $f : M \rightarrow N$  suatu  $A$ -homomorfisma maka  $f(0) = 0$ .
2.  $f : M \rightarrow N$  adalah  $A$ -homomorfisma jika dan hanya jika  $f(\alpha x + y) = \alpha f(x) + f(y)$  untuk setiap  $x, y \in M$  dan  $\alpha \in A$ .
3.  $f : M \rightarrow N$  suatu  $A$ -homomorfisma. Maka :
  - a.  $\text{Inti}(f)$  merupakan submodul dari  $M$ .
  - b.  $\text{Peta}(f)$  merupakan submodul dari  $N$ .
4.  $f : M \rightarrow N$  suatu  $A$ -epimorfisma jika dan hanya jika  $\text{Peta}(f) = N$ .
5.  $f : M \rightarrow N$  suatu  $A$ -homomorfisma. Maka  $f$  suatu  $A$ -monomorfisma jika dan hanya jika  $\text{Inti}(f) = 0$ .

## DAFTAR PUSTAKA

- [1] Adkins, William A. and Steven H. Weintraub. 1992. *Algebra an Approach via Module Theory*. Springer-Verlag, New York.
- [2] Anton, Howard. 1991. *Aljabar Linier Elementer Edisi Kelima*. Erlangga, Jakarta.
- [3] Arifin, Achmad. 2001. *Aljabar Linier*. Penerbit ITB, Bandung.
- [4] Dummit, David S. and Richard M Foote. *Abstract Algebra*. Prentice Hall, Engle Wood Cliffs NJ.
- [5] Herstein, I. N.1975. *Topics in Algebra Second Edition*. John Wiley & Sons, New York.
- [6] Jacob, Bill. 1990. *Linear Algebra*. W. H. Freeman and Company, New York.