

KETUNGGALAN STRUKTUR
SISTEM BILANGAN RIIL SEBAGAI
LAPANGAN TERURUT LENGKAP

SKRIPSI SARJANA MATEMATIKA

Oleh

HAIDA FITRI
02 134 006



JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS ANDALAS
PADANG

2006

ABSTRAK

Sistem bilangan riil sebagai lapangan terurut lengkap memiliki struktur yang komplit. Sebagai lapangan terurut lengkap himpunan bilangan riil memiliki karakteristik yang tidak dimiliki oleh himpunan bilangan lainnya. Pada tulisan ini akan diperlihatkan sifat – sifat bilangan riil sebagai lapangan terurut lengkap, selanjutnya akan dibuktikan ketunggalan struktur sistem bilangan riil sebagai lapangan terurut lengkap, dengan memperlihatkan untuk setiap lapangan terurut lengkap isomorfik urutan dengan himpunan bilangan riil .

Kata Kunci : *Sistem bilangan riil , Lapangan Terurut Lengkap, Isomorfik urutan.*

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Setiap sistem bilangan pasti memiliki struktur secara aljabar, diantaranya grup, ring, daerah integral, lapangan, lapangan terurut, lapangan terurut lengkap. Struktur sistem bilangan yang berbeda – beda inilah yang melahirkan sifat – sifat dan karakteristik dari masing – masing sistem bilangan tersebut, seperti yang sering digunakan pada pelajaran kalkulus, persamaan diffrensial biasa. Bahkan pada bidang Analisis berbagai topik pembahasannya merupakan abstraksi dari sifat – sifat bilangan , khususnya bilangan riil.

Sistem bilangan riil memiliki struktur yang sangat komplit. Sebagai lapangan terurut lengkap sistem bilangan ini memiliki sifat – sifat yang tidak dimiliki oleh sistem bilangan lainnya, diantaranya himpunan bilangan riil (\mathbb{R}) memuat himpunan bilangan rational (\mathbb{Q}) dan setiap himpunan bagian tak kosong dari \mathbb{R} yang terbatas diatas pasti memiliki batas atas terkecil.

Hal ini yang mendasari penulis untuk mempelajari struktur sistem bilangan riil, khususnya pada tulisan ini akan dibuktikan ketunggalan struktur sistem bilangan riil.

1.2 Perumusan Masalah

Adapun permasalahan yang dibahas pada tulisan ini adalah untuk memperlihatkan himpunan bilangan riil sebagai lapangan terurut lengkap. Selanjutnya akan dibuktikan ketunggalan struktur sistem bilangan riil dengan membuktikan untuk setiap lapangan terurut lengkap F isomorfik urutan dengan himpunan bilangan riil (\mathbb{R})

1.3 Batasan Masalah

Adapun pembatasan dari pembahasan ini yaitu ketunggalan struktur sistem bilangan riil yang dimaksud adalah terdapat suatu isomorphism urutan dari setiap lapangan terurut lengkap F ke himpunan bilangan riil (\mathbb{R}).

1.4 Tujuan

Tujuan dari pembahasan ini adalah untuk membuktikan setiap lapangan terurut lengkap isomorfik urutan dengan sistem bilangan real yang mengakibatkan ketunggalan struktur sistem bilangan riil.

1.5 Sistematika Tulisan

Pada Bab I diterangkan latar belakang penulisan, perumusan masalah, pembatasan masalah dan tujuan dari penulisan. Pada Bab II berisikan landasan teori yang memuat pembahasan dari Grup, Ring dan Lapangan, teori Homomorphism, Isomorphism dan Epimorphism, teori Daerah Integral terurut, teori Lapangan terurut dan lapangan terurut lengkap, teori sistem bilangan real sebagai lapangan terurut lengkap yang berupa definisi, teorema – teorema dan contoh. Pada Bab III merupakan inti dari pembahasan yaitu membahas tentang teorema – teorema yang berkaitan dengan pembuktian ketunggalan struktur sistem bilangan riil sebagai lapangan terurut lengkap . Bab IV berisi kesimpulan sebagai penutup dari tulisan ini.

BAB IV

KESIMPULAN

Sebagai lapangan terurut lengkap, sistem himpunan bilangan riil memiliki sifat – sifat diantaranya, sifat keterurutan struktur bilangan, \mathcal{R} memuat himpunan bilangan rasional (Q) dan untuk setiap himpunan bagian tak nol yang terbatas diatas memiliki suprimum. Selain itu, pada tulisan ini dapat dibuktikan ketunggalan struktur sistem bilangan riil sebagai lapangan terurut lengkap, dengan membuktikan untuk setiap lapangan terurut lengkap F Isomorfik urutan dengan \mathcal{R} .

Adapun tahap – tahap pembuktian dari ketunggalan struktu struktur sistem bilangan riil sebagai lapangan terurut lengkap yaitu, 1. Pendefinisian $\lambda : \mathcal{R} \rightarrow F$, 2. Fungsi λ merupakan perluasan dari fungsi $\varphi : Q \rightarrow F_Q$. Ini merupakan tahap penunjang untuk dapat membuktikan fungsi λ sebagai isomorfik urutan dari \mathcal{R} ke F , yang akan ditunjukkan pada tahap selanjutnya, 3. Fungsi λ mengawetkan urutan, 4. Fungsi λ bersifat injektif, 5.Fungsi λ bersifat surjektif dan 6. λ bersifat homomorphism .

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Adkins, A.William and Steven H.Weintraub. 1992 . *Algebra An Approach via Module Theory* , Springer-Verlag, USA.
- [2] Barble, RobertG, Sherbert and Donald R. 1994. *Introduction to real analysis. Second edition*. Eastern Michigan University and University of illiois, Michigan.
- [3] Bhattacharya,P.B, S.K.Jain and S.R.Nagpaul. 1994 . *Basic Abstract Algebra. Second Edition*. Press Syndicate of the University of Cambridge, New York.
- [4] Ehrlich. 1991. *Fundamental Concepts of Abstract Algebra* . PWS-KENT Publishing Company, Boston.
- [5] McBrien,V.O. 1961, *Introductory Analysis*. Appleton – century - crafts ,Inc. USA
- [6] Morash, Ronald P. 1991. *Bridge to Abstract Mathematics . Second Edition* . Press Syndicate of the University of Michigan, Michigan.
- [7] Ouwehand,O. Tanpa Tahun . *Real Analysis* .
http://www.mtc.htc.ac.za/webpages/ouwehand/RA_Cahp1.pdf
- [8] Suryawan, H.P. 2005. Ketunggalan Struktur Sistem Bilangan Real. *SIGMA*. 8 (2) : 165 – 170.

MILIK
UPT PERPUSTAKAAN
UNIVERSITAS ANDALAS