UJI KETERKONTROLAN SISTEM DESKRIPTOR KONTINU

SKRIPSI SARJANA MATEMATIKA

Oleh

<u>RAMADHANIL</u>
04 134 012

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS ANDALAS
PADANG

2010

ABSTRAK

Skripsi ini mempelajari uji keterkontrolan sistem deskriptor kontinu :

$$E\dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + B\mathbf{u}(t)$$

Dengan $E, A \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n\times p}$, $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$, $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^p$ dan $t \in \mathbb{R}^+$. Dengan berasumsi bahwa E adalah matrik *singular* dan $det(sE - A) \neq 0$ untuk suatu $s \in \mathbb{R}$, maka sistem deskriptor tereduksi kebentuk yang lebih sederhana. Uji keterkontrolan sistem deskriptor kontinu dapat dilakukan dengan menentukan $rank$ dari matrik keterkontrolan.

Kata kunci : *sistem deskriptor, matrik singular, terkontrol lengkap.*

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Pertimbangkan sistem deskriptor kontinu berikut :

$$E\dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + B\mathbf{u}(t) \tag{1.1}$$

dimana $E, A \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n\times p}$, $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$, $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^p$ dan $t \in \mathbb{R}^+$

Dalam persamaan (1.1), $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$ menyatakan vektor keadaan, $\mathbf{u}(t) \in \mathbb{R}^p$ menyatakan vektor kontrol (input) dan matrik E boleh *singular*. Jika matrik E nonsingular yaitu det $(E) \neq 0$, maka sistem (1.1) dapat ditulis menjadi :

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \bar{A}\mathbf{x}(t) + \bar{B}\mathbf{u}(t) \tag{1.2}$$

dengan $\bar{A} = E^{-1}A$ dan $\bar{B} = E^{-1}B$ yang merupakan sistem kontrol linier biasa seperti yang terdapat pada literatur [7].

Sistem (1.1) dikatakan *regular* jika det $(sE - A) \neq 0$ untuk suatu $s \in \mathbb{C}$, dan sebaliknya dikatakan tidak regular yaitu dalam kasus $\det(sE - A) = 0$ untuk setiap $s \in \mathbb{C}$ atau $A, B \in \mathbb{R}^{n\times m}$ dengan $n \neq m$.

Salah satu isu utama dalam sistem kontrol linier adalah masalah keterkontrolan. Sistem kontrol linier (1.2) dikatakan terkontrol (terkontrol lengkap) jika ada suatu vektor kontrol $\mathbf{u}(t)$ sedemikian sehingga setiap keadaan akhir $\mathbf{x}(t_f)$ dapat dicapai dari sebarang keadaan awal $\mathbf{x}(t_0)$ pada waktu berhingga. Untuk sistem linier biasa (1.2) keterkontrolannya dapat diuji dengan menggunakan kriteria rank matrik keterkontrolan. Dalam literatur [7] dinyatakan bahwa sistem linier (1.2) terkontrol jika dan hanya jika

$$rank[\bar{B}, \bar{A}\bar{B}, \bar{A}^2\bar{B}, \dots, \bar{A}^{n-1}\bar{B}] = n.$$

Untuk sistem kontrol linier biasa (1.2), semua vektor keadaan di $\mathbb{R}^n$ dapat berperan sebagai keadaan awal, namun tidak demikian halnya dengan sistem deskriptor kontinu (1.1). Sebagai ilustrasi perhatikan contoh berikut ini

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(t)$$

yang dapat ditulis sebagai

$$\dot{x}_1(t) = x_1(t)$$

$$\dot{x}_3(t) = x_2(t) + u(t)$$

$$0 = x_3(t)$$

Persamaan terakhir ini menunjukkan bahwa $x_3(t) = 0\ \forall\, t \geq 0$. Bila diambil titik awal $t_0 = 0$ dan $\mathbf{x_0}(0) = [1 \quad 2 \quad 1]^T$, maka jelas bahwa $\mathbf{x_0}(0)$ tidak dapat berperan sebagai keadaan awal, karena $x_{03} = 1 \neq 0$.

Sehingga untuk sistem deskriptor kontinu perlu diperkenalkan istilah keadaan awal yang diperkenankan (*admissible initial state*). Untuk titik awal $t = t_0 \geq 0$ sebarang, vektor $\mathbf{x}_0 \in \mathbb{R}^n$ dikatakan keadaan awal yang diperkenankan untuk sistem deskriptor kontinu (1.1) di $t = t_0$, jika ada solusi tunggal $\mathbf{x}(t)$ yang memenuhi $\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0$.

Sehingga pengertian keterkontrolan (keterkontrolan lengkap) untuk sistem deskriptor kontinu (1.1) sedikit berbeda dengan pengertian keterkontrolan (keterkontrolan lengkap) sistem kontrol linier biasa. Dalam literatur [7] disebutkan bahwa sistem deskriptor kontinu (1.1) dikatakan terkontrol (terkontrol lengkap) disingkat terkontrol-C jika sebarang keadaan dapat dicapai dari sebarang keadaan awal yang diperkenankan.

BAB IV

PENUTUP

Dari pembahasan dapat disimpulkan bahwa

1. Sistem deskriptor (3.1) terkontrol-C jika dan hanya jika $R(\mathbf{x}_0) = \mathbb{R}^{n_1+n_2}$ dengan $\mathbf{x}_0 \in \mathrm{I}_0$
2. Sistem deskriptor kontinu (3.1) terkontrol-C jika dan hanya jika $rank\ (S_1) = n_1$ dan $rank\ (S_2) = n_2$ dengan S_1 dan S_2 didefinisikan sebagai berikut

$$S_1 = [B_1 \quad |E_1B_1| \dots \quad |E_1^{n_1-1}B_1] \quad \text{dan}$$

$$S_2 = [B_2 \quad |E_2B_2| \dots \quad |E_2^{m-1}B_2].$$

DAFTAR PUSTAKA

[1] Anton, H. 1987. *Aljabar Linier Elementer. edisi ke-5,* Erlangga. Jakarta

[2] Anton, H. dan Chris, R. 2004. *Aljabar Linier Elementer Versi Aplikasi. edisi ke-8,* Erlangga. Jakarta

[3] Arifin, A. 2001. *Aljabar Linier. edisi ke-2,* ITB. Bandung

[4] Finizio, N. dan G. Ladas. 1988. *Persamaan Diferensial Biasa dengan Penerapan Modern. Edisi ke-2.* Erlangga. Jakarta

[5] Jacob, B. 1990. *Linear Algebra.* W. H, Freeman And Company, New York

[6] Handayani, S. 2008. *Penyelesaian Sistem Deskriptor Kontinu. Skripsi S-1,* tidak diterbitkan.

[7] Kaczorek, T. 1992. *Linear Control. System. Analysis of Multivariable System*, Jhon Wiley dan Sons, Inc. England

[8] Kuo, B, C. 1995. *Teknik Kontrol Automatik.* Aditya Media, Yogyakarta

[9] Yip, E.L. 1981. *Solvability, Controllability and Observability of Continuous Descriptor System.* IEEE Trans. Automat. Contr. ,vol. AC-26, no.3. pp. 702-703