PENYELESAIAN SISTEM PERSAMAAN LINIER DENGAN METODE VEKTOR PROYEKSI, DEKOMPOSISI NILAI SINGULAR, DAN PERSAMAAN NORMAL

SKRIPSI SARJANA MATEMATIKA

OLEH :

NOVA HELMIA
02134026

DEPARTEMEN PENDIDIKAN NASIONAL
UNIVERSITAS ANDALAS
UPT PERPUSTAKAAN

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS ANDALAS
PADANG
2007

ABSTRAK

Sistem Persamaan Linier (SPL) yang memiliki jumlah persamaan lebih besar daripada banyaknya variabel dapat diselesaikan dengan metode vektor proyeksi, metode dekomposisi nilai singular dan metode persamaan normal.

Kata kunci : *variabel, vektor proyeksi, dekomposisi nilai singular, persamaan normal*

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Sistem Persamaan Linier (SPL) dengan m persamaan dan n variabel adalah suatu sistem persamaan dengan bentuk:

$$\begin{array}{lllll} a_{11}x_1 + & a_{12}x_2 + & \cdots & +a_{1n}x_n & = b_1 \\ a_{21}x_1 + & a_{22}x_2 + & \cdots & +a_{2n}x_n & = b_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{m1}x_1 + & a_{m2}x_2 & \cdots & +a_{mn}x_n & = b_m \end{array}$$

dimana a_{ij} dan b_i adalah bilangan real dan x_i adalah variabel. Jadi SPL adalah kumpulan dari berhingga banyaknya persamaan linier.

Menurut Prof. Howard Anton (1991) solusi suatu persamaan linier $a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n = b$ adalah urutan dari n bilangan $s_1, s_2, \ldots, s_n$ sehingga persamaan tersebut dipenuhi apabila disubtitusikan terhadap $x_1 = s_1, x_2 = s_2, \ldots, x_n = s_n$.

Dalam kehidupan sehari-hari sistem persamaan linier banyak ditemukan dalam penerapan pada berbagai bidang, terutama di bidang ekonomi. Di bidang teknik misalnya dalam suatu jaringan listrik kita menentukan besar arus di setiap cabang yang dinyatakan dalam resistensi dan tegangan, di bidang ilmu pengetahuan alam misalnya dalam menyeimbangkan persamaan kimia, dan masih banyak penerapan SPL di bidang lainnya.

Sering juga ditemukan dalam kehidupan sehari-hari permasalahan bagaimana menemukan solusi suatu SPL yang memiliki jumlah persamaan lebih besar daripada banyaknya variabel yang bisa juga diselesaikan dengan tiga metode yaitu metode vektor proyeksi, dekomposisi nilai singular, dan metode

persamaan normal .Contoh SPL yang memiliki jumlah persamaan lebih besar daripada jumlah variabel adalah sebagai berikut :

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2$$

$$a_{31}x_1 + a_{32}x_2 = b_3$$

Jika ditulis dalam bentuk matriks diperoleh :

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$$

Berdasarkan uraian yang telah dijelaskan diatas, maka penulis mengangkat penulisan ini dengan judul **"Penyelesaian Sistem Persamaan Linier dengan Metode Vektor Proyeksi, Dekomposisi Nilai Singular, dan Persamaan Normal".**

1.2 Perumusan Masalah

Sebagaimana yang telah diuraikan pada latar belakang masalah, maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah bagaimana menyelesaikan SPL yang memiliki jumlah persamaan lebih besar daripada banyaknya variabel yang dapat diselesaikan dengan metode vektor proyeksi, dekomposisi nilai singular, dan persamaan normal.

1.3 Pembatasan Masalah

Pada penelitian ini akan digunakan tiga cara dalam menyelesaikan SPL yang memiliki jumlah persamaan lebih besar daripada banyaknya variabel yaitu : metode vektor proyeksi, metode dekomposisi nilai singular, dan metode persamaan normal.

1.4 Tujuan Penulisan

Adapun tujuan penulisan ini adalah untuk mengetahui bagaimana menentukan penyelesaian SPL yang memiliki jumlah persamaan lebih besar daripada banyaknya variabel dengan metode vektor proyeksi, dekomposisi nilai singular, dan persamaan normal.

1.5 Sistematika Penulisan

BAB I : Pendahuluan. Bab ini menjelaskan tentang latar belakang, perumusan masalah, pembatasan masalah, tujuan penulisan dan sistematika penulisan.

BAB II : Landasan Teori. Bab ini berisi tentang teori-teori yang berhubungan dengan masalah yang dibahas.

BAB III : Hasil dan Pembahasan. Bab ini berisi tentang hasil pengolahan dan pembahasan dari permasalahan.

BAB IV : Kesimpulan dan Saran. Bab ini berisi tentang kesimpulan dan saran berdasarkan hasil pembahasan.

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Dari pembahasan yang telah diuraikan sebelumnya dapat disimpulkan bahwa untuk menentukan solusi SPL yang memiliki jumlah persamaan daripada banyaknya variabel dapat dilakukan dengan tiga cara :

1. Metode Vektor Proyeksi

   Langkah pertama ditentukan $proy_{\bar{w}}(B)$, dimana W adalah ruang vektor yang direntang oleh vektor-vektor kolom A, dan dibentuk kombinasi liniernya , maka diperoleh X adalah solusi SPL .

2. Metode Dekomposisi Nilai Singular

   Langkah pertama $A_{m \times n}$ difaktorisasi menjadi $A = U\Phi V^T$ selanjutnya ditentukan $X = \sum_{i=1}^{r} \frac{\langle B, \vec{u}_i \rangle}{\sigma_i} \vec{v}_i$; $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \ldots \geq \sigma_r > 0$. Jadi X sebagai solusi SPL .

3. Metode Persamaan Normal

   Persamaan normal $A^TAX = A^TB$, A^TA merupakan matriks tak singular, sehingga $X = (A^TA)^{-1} A^TB$ merupakan solusi SPL .

4.2 Saran

Untuk peneliti selanjutnya disarankan agar membandingkan ketiga metode diatas sehingga dapat menemukan kelebihan dan keunikan dari ketiga metode itu, serta hendaknya dapat memilih satu diantara tiga metode tersebut sebagai penyelesaian SPL yang efektif dan efisien.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Anton, H. 1991. *Aljabar Linier Elementer*. Erlangga. Jakarta.

[2] Budhi, W.S. 1995. *Aljabar Linier*. Gramedia. Jakarta.

[3] Cullen, G. 1993. *Aljabar Linier dengan Penerapannya*. Gramedia. Jakarta.

[4] Dumairy, 1991. *Matematika Terapan Untuk Bisnis dan Ekonomi*. BPFE. Yogyakarta.

[5] Faddeva V.N. 1959. *Computational Methods of liniear Algebra*. Dover Publication Inc. Newyork

[6] Hadley, G. 1983. *Aljabar Linear*. Erlangga. Jakarta

[7] Golberg, J.L. 1991. *Matrix Theory with Aplication*. McGraw-Hill, Inc.USA.

[8] Jacob, B. 1990. *Linear Algebra*. W.H Freeman and Company. USA.

[9] Leon, S.J. 2001. *Aljabar Linier dan Aplikasinya*. Erlangga. Jakarta

[10] Noble, B and Daniel, J.W. 1988. *Aplied Linear Algebra 3rd edition*. Prentice-hall. New Jersey