

*BACKWARD ANALYSIS* DALAM ANALISIS KESTABILAN NUMERIK  
DALAM MENYELESAIKAN SISTEM PERSAMAAN LINIER  
DENGAN MENGGUNAKAN METODE LANGSUNG

SKRIPSI SARJANA MATEMATIKA

Oleh :

YULIA RAHMAN  
04 134 037



JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS ANDALAS

PADANG

2008

## ABSTRAK

Metode langsung adalah suatu metode numerik yang dapat digunakan untuk menyelesaikan suatu sistem persamaan linier  $A\bar{x} = \bar{b}$ . Pada metode ini sistem persamaan linier tersebut telah memiliki nilai  $A$  dan  $\bar{b}$ , sehingga akan dicari nilai  $\bar{x}$  saja. Namun dalam proses numeriknya,  $A$  dan  $\bar{b}$  mengalami pendugaan mendekati nilai eksaknya. Proses pendugaan (aproksimasi) ini menimbulkan error yang dapat mengakibatkan sistem menjadi tidak stabil. Analisis *backward* digunakan untuk menganalisis keadaan, karena sistem yang stabil secara *backward* dapat dikatakan stabil secara numerik.

**Kata kunci :** *Normwise Analysis, Componentwise Analysis.*



**BAB I**  
**PENDAHULUAN**

**1.1 Latar Belakang**

Seiring dengan perkembangan komputer, analisis numerik juga berkembang sebagai suatu hubungan yang semakin lama semakin penting antara matematika murni dan aplikasinya dalam ilmu pengetahuan dan teknologi. Kemudian menjadi suatu dasar dari disiplin ilmu matematika dalam dua hal, yaitu : membenaran dan pengembangan dari metode konstruktif yang memberikan pendekatan yang cukup akurat untuk solusi dari suatu masalah, dan analisis pengaruh error terhadap data dari permasalahan tersebut.

Suatu permasalahan nilai awal bisa diselesaikan secara numerik sehingga menghasilkan suatu solusi numerik. Misalkan terdapat suatu permasalahan :

tentukan nilai  $x$  dimana

$$f(x, d) = 0 \quad \dots\dots\dots(1.1.1)$$

dimana solusi permasalahan ini bergantung pada  $d$  , dan  $f$  adalah fungsi relasi antara  $x$  dan  $d$ . Berdasarkan jenis permasalahan yang disajikan pada persamaan (1.1.1), variabel-variabel  $x$  dan  $d$  bisa saja bilangan riil, vektor atau malah suatu fungsi. Khususnya, persamaan (1.1.1) disebut permasalahan langsung jika  $f$  dan  $d$  diberikan dan  $x$  tidak diketahui, masalah invers jika  $f$  dan  $x$  diketahui dan  $d$  tidak diketahui, masalah identifikasi jika  $x$  dan  $d$  diketahui sementara fungsi relasi  $f$  tidak diketahui.

Persamaan (1.1.1) adalah permasalahan *well-posed* dan dapat dikatakan stabil jika memuat sebuah solusi unik  $x$  yang bergantung pada kekontinuan data. Suatu masalah yang tidak memiliki sifat seperti ini disebut *ill-posed* atau tidak stabil,

dan sebelum menjalankan permasalahan numerik ini terlebih dahulu harus diatur melalui transformasi yang cocok sehingga menjadi masalah *well-posed* (masalah yang baik). Tentu saja kita tidak dapat menganggap bahwa metode numerik bisa menghilangkan “penyakit” atau error dari suatu permasalahan yang pada hakekatnya merupakan permasalahan *ill-posed*.

Suatu algoritma bisa menjadi stabil ketika digunakan untuk menyelesaikan suatu masalah namun menjadi tidak stabil ketika diaplikasikan kepada permasalahan lainnya. Untuk itu kita perlu mengetahui bagaimana membuat suatu algoritma numerik yang stabil untuk setiap permasalahan numerik yang ada sehingga dapat meminimalisir pengaruh error pada suatu solusi numerik.

Analisis kestabilan numerik dihadirkan dalam 2 bentuk analisis, yaitu *priori analysis* dan *posteriori analysis*.

Analisis kestabilan numerik dari metode numerik dengan menggunakan analisis priori dapat menghasilkan 2 strategi berbeda, yaitu :

1. *forward analysis* (analisis *forward*), yang menghasilkan suatu batas terhadap variasi  $\|\Delta x_n\|$  dalam solusi yang disebabkan oleh gangguan dalam data dan error yang sebenarnya dari metode numerik.
2. *backward analysis* (analisis *backward*), yang bertujuan untuk menduga gangguan yang bisa mempengaruhi data dari masalah yang diberikan dengan tujuan mendapatkan hasil perhitungan yang sebenarnya di bawah asumsi proses ini dilakukan dalam aritmatika yang pasti.

Apabila suatu algoritma numerik sudah stabil secara *backward* maka dapat dikatakan bahwa algoritma tersebut sudah stabil secara numerik, karena algoritma yang stabil secara *backward* maka ia juga stabil secara *forward* [3]



## 1.2 Perumusan Masalah

Masalah yang akan dibahas dalam tugas akhir ini adalah bagaimana kriteria suatu algoritma numerik dapat dikatakan stabil secara *backward*, sehingga langsung dapat dikatakan sebagai algoritma yang stabil.

## 1.3 Pembatasan Masalah

Permasalahan ini dibatasi dengan membahas kriteria stabil secara *backward* pada penyelesaian sistem persamaan linier  $A\bar{x} = \bar{b}$  dengan menggunakan metode langsung dari algoritma numerik.

## 1.4 Tujuan Penulisan

Tujuan dari penulisan tugas akhir ini adalah untuk mengetahui kriteria menyatakan suatu algoritma metode numerik dapat dikatakan stabil secara *backward*, dengan mengetahui syarat-syarat pengambilan aproksimasinya.

## 1.5 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan tugas akhir ini antar lain, Bab I Pendahuluan, bab ini meliputi latar belakang masalah, perumusan masalah, pembatasan masalah, tujuan penulisan dan sistematika penulisan. Bab II Landasan Teori, yang berisi tentang teori-teori yang mendukung dan mendasari pembahasan. Bab III Pembahasan, pada bab ini akan dibahas tentang analisis kestabilan numerik secara *backward* pada sistem persamaan linier  $A\bar{x} = \bar{b}$ . Bab IV Penutup, yang berisi kesimpulan dan saran.

## BAB IV

### PENUTUP

#### 4.1 Kesimpulan

Suatu algoritma pada penyelesaian sistem persamaan linier dengan menggunakan metode numerik dapat dikatakan stabil jika keberadaan error dari aproksimasi yang diambil tidak berpengaruh besar pada solusinya, dengan kata lain nilai aproksimasi yang diambil sudah dapat dikatakan solusi eksak dari permasalahan tersebut.

Dalam analisis kestabilan, apabila suatu algoritma sudah stabil secara *backward* maka ia sudah dapat dikatakan stabil secara numerik, karena stabil secara *backward* maka juga stabil secara *forward*, tapi tidak berlaku sebaliknya.

Suatu algoritma dapat dikatakan stabil secara *backward* apabila  $\omega_{|A|,|b|}(\hat{x}) = O(u)$ . Artinya *componentwise backward error*-nya adalah order dari unit pembulatangannya.

#### 4.2 Saran

Untuk mempermudah menghasilkan solusi yang stabil, maka disarankan untuk:

1. usahakan menghindari pengurangan dari jumlah yang mungkin mengandung error.
2. perkecil selang antara nilai aproksimasi dan nilai eksak yang ada.
3. jika suatu formula matematis memungkinkan terjadinya banyak error, maka usahakan untuk merubah formula tersebut ke dalam bentuk yang lebih stabil.

## DAFTAR PUSTAKA

- [1] Anton, Howard. 1990. *Aljabar Linier Elementer, Edisi ketiga*. Erlangga. Jakarta
- [2] Chapra, Steven.C dan Raymond P.Canale. 1991. *Metode Numerik untuk Teknik* terj. S.Sardi. UI-Press. Jakarta
- [3] Hidgum, J.N. 2002. *Accuracy and Stability of Numerical Algorithm 2nd edition*. University Of Manchester. Manchester
- [4] Mathews, John and Kurtis Fink. 1999. *Numerical Methods Using Matlab 3rd edition*. Prentice hall.
- [5] Neumier, A.2001. *Introduction to Numerical Analysis*. Cambridge University Press. United Kingdom
- [6] Quarteroni, Alfio and F. Saleri. 2000. *Numerical Mathematics*. Springer-Verlag. Newyork