# SIFAT-SIFAT GELANGGANG POLINOMIAL DENGAN KOEFISIEN DI BILANGAN RIIL DAN KOMPLEKS

SKRIPSI SARJANA MATEMATIKA

Oleh

**FIRMAN H**
**01 134 045**

JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS ANDALAS

PADANG

2007

## ABSTRAK

Gelanggang polinomial adalah himpunan semua polinomial dengan koefisien – koefisien dari suatu gelanggang $R$ dengan peubah $x$ dinotasikan dengan $R[x]$.

$$R[x] = \left\{ f(x) \mid f(x) = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x^2 + \cdots + a_n x^n = \sum_{i=0}^{n} a_i x^i, a_i \in R, i \in Z^+ \cup \{0\} \right\}.$$

Pada tulisan akan membahas beberapa sifat gelanggang polinomial dengan koefisien di bilangan riil dan sifat khusus untuk gelanggang polinomial bilangan kompleks.

**Kata kunci :** *gelanggang, polinomial, lapangan*

# BAB I

# PENDAHULUAN

## 1.1 Latar Belakang Masalah

Sebuah fungsi $f$ disebut fungsi polinomial jika $f(x) = a_0 + a_1 x + ... + a_{n-1} x^{n-1} + a_n x^n$ dengan $n$ adalah bilangan bulat tak negatif dan bilangan $a_0, a_1, a_2, ..., a_{n-1}, a_n$ adalah konstanta yang disebut koefisien polinomial. Himpunan semua polinomial dengan koefisien – koefisien dari gelanggang $R$ dengan peubah $x$ ditulis $R[x]$. Himpunan polinomial di $R[x]$ dapat membentuk suatu gelanggang, yang disebut dengan gelanggang polinomial $R$[x].

Pada tulisan ini akan dibahas hal-hal yang berkaitan dengan gelanggang polinomial yang meliputi definisi-definisi dan teorema-teorema.

## 1.2 Perumusan Masalah

Jika $R$ suatu gelanggang dan $R$[x] menyatakan himpunan semua polinomial dengan koefisien di R, sifat-sifat yang dimiliki oleh $R$[x].

## 1.3 Pembatasan Masalah

Gelanggang polinomial dibatasi pada gelanggang bilangan riil dan bilangan komplek

## 1.4 Tujuan Penulisan

Tujuan dari penulisan ini adalah untuk mengetahui beberapa sifat dari gelanggang polinomial

## 1.3 Sistematika Penulisan

Adapun sistematika penulisan skripsi ini adalah :

BAB I Pendahuluan. Pada bab ini dipaparkan latar belakang, perumusan masalah, pembatasan masalah, tujuan penulisan, dan sistematika penulisan.

BAB II Landasan teori. Pada bab ini akan diuraikan tentang gelanggang dan gelanggang polinomial.

BAB III Pembahasan. Pada bab ini dibahas tentang sifat-sifat dari gelanggang polinomial

BAB IV Kesimpulan. Bab ini berisi kesimpulan dari pembahasan masalah pada bab sebelumnya.

# BAB IV

# KESIMPULAN

Jika $R$ gelanggang maka $R[x]$ juga gelanggang, yang disebut dengan gelanggang polinomial. Sifat-sifat gelanggang polinomial dengan kostanta di bilangan riil dan kompleks adalah sebagai berikut :

1.Jika $f$ dan $g$ di $R[x]$ maka :

a.der $(f + g) \leq$ maks {der $(f)$ .der $(g)$}

b.der $(f\,g)$ = der $(f)$ + der $(g)$

2. Misalkan $f(x) \in R[x]$ dan $\alpha \in \mathfrak{R}$. Maka $\alpha$ adalah akar polinomial $f(x)$ jika dan hanya jika x - $\alpha$ pembagi $f(x)$.

3. Jika polinomial $f(x) \in R[x]$ mempunyai der $(f(x)) = n$, dengan $n \geq 1$. Maka polinomial $f(x)$ mempunyai paling banyak $n$ akar

4. Jika polinomial $f(x) \in R[x]$ dengan der $f(x) = n$, dimana $n \geq 1$ dan $f(x)$ mempunyai $n$ akar berbeda ,misalkan $\gamma_1, \gamma_2, \mathrm{K}\ , \gamma_n$ adalah akar-akar dari $f(x)$ Maka $f(x)$ dapat ditulis sebagai : $f(x) = \beta\ (x - \gamma_1)(x - \gamma_2) \ldots . (x - \gamma_n)$. dimana $\beta$ adalah koefisien utama dari $f(x)$.

Sifat khusus gelangang polinomial $\mathbb{C}[x]$, dimana $\mathbb{C}$ adalah bilangan kompleks :

Jika polinomial $f(x)$ di $\mathbb{C}[x]$ yang mempunyai der $(f(x))$ = n, dimana n $\geq$ 1 maka $f(x)$ mempunyai n akar.

## DAFTAR PUSTAKA


[1] Adkins, W.A. and Weintraub, S H. 1992. *Algebra Approach via Module Theory*. Springer – Verlag, New York

[2] Arifin, A. 2000. *Aljabar*. ITB, Bandung

[3] Ehrlich. 1991. *Fundamental Concept Abstract Algebra*. PWS – Kent Publishing Company, Boston

[4] Fraleigh, J.B, 1994. *A First Course in Abstract Algebra*. Addison - Wesley Publishing Company, New York

[5] Herstein, I.N. 1997. *Topics in Algebra*. Jhon Wiley & Sons, New York

[6] Wambrown, James and Churchill. V, Ruel. 1996. Complex Variables And Applications. 6 edition. New York.

[7] Whitelaw,Thomas A. 1995. *Introduction to Abstract Algebra*. Blackie Academic & Professional, Glasgow