PENYELESAIAN MASALAH PEMROGRAMAN NON LINIER MENGGUNAKAN METODE FUNGSI *PENALTY*

SKRIPSI SARJANA MATEMATIKA

Oleh

MUTHIA AGUSTINA MASRI
04 134 008

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS ANDALAS
PADANG
2009

ABSTRAK

Pemograman kuadratik merupakan suatu masalah pemrograman non linier dengan fungsi tujuan berbentuk kuadratik dan fungsi kendalanya berbentuk linier. Masalah pemrograman non linier tersebut akan diselesaikan menggunakan Metode *Fungsi Penalty*. Langkah pertama yang dilakukan adalah mengubah masalah yang berkendala menjadi masalah tak berkendala dengan membentuk fungsi baru dimana fungsi baru merupakan kombinasi dari fungsi objektif dengan kendala-kendalanya. Kemudian masalah yang tak berkendala tersebut diselesaikan dengan menggunakan salah satu teknik optimasi tak berkendala, yaitu metode *Steepest Descent*.

Kata kunci : *Pemograman non linier, Metode Steepest Descent, Pendekatan dasar metode Fungsi Penalty, Metode Fungsi Penalty Interior, Metode Fungsi Penalty Eksterior.*

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Banyak permasalahan dalam kehidupan yang dapat dirumuskan ke dalam bentuk model matematika. Salah satu bentuk permasalahan adalah bagaimana mengoptimalkan fungsi tujuan dengan berbagai kendala yang dihadapi. Dalam permasalahan tersebut diharapkan dapat dicari solusi optimal berdasarkan fungsi objektif dan kendala-kendalanya. Secara umum optimasi didefinisikan sebagai suatu langkah untuk menentukan hasil terbaik suatu keadaan.

Tujuan dari masalah optimasi itu sendiri adalah mengoptimasikan (memaksimumkan atau meminimumkan) sebuah fungsi f (fungsi tujuan) secara umum ke bentuk masalah optimasi, dapat ditulis sebagai berikut :

Tentukan $X = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{Bmatrix}$ yang

meminimumkan atau memaksimumkan $z = f(X)$

yang memenuhi kendala $g_j(X) \leq 0$; j = 1, 2, ..., m

$h_k(X) = 0$; k = 1, 2, ..., p

dengan $x \in R^n$ adalah vektor berdimensi n, $f(X)$ disebut fungsi objektif yang bernilai real, $g_j(X)$ adalah kendala pertaksamaan yang bernilai real, m adalah jumlah kendala pertaksamaan, $h_k(X)$ adalah kendala persamaan yang bernilai real dan k adalah jumlah kendala persamaan.

Bentuk-bentuk pemrograman nonlinier yaitu pemrograman kuadratik, pemrograman geometrik, pemrograman stokhastik dan lain-lain. Dalam permasalahan ini akan dibahas mengenai pemrograman kuadratik, yaitu suatu masalah pemrograman nonlinier dengan fungsi tujuan berbentuk kuadratik dan fungsi kendalanya berbentuk linier. Masalah pemrograman kuadratik tersebut akan diselesaikan dengan cara mentransformasikan masalah optimasi yang berkendala ke dalam formulasi tertentu sehingga solusinya dapat dicari dengan menyelesaikan optimasi tak berkendala. Untuk menyelesaikan masalah pemrograman kuadratik ini digunakan metode fungsi penalty.

1.2 Perumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka masalah pada penulisan ini adalah bagaimana menentukan solusi optimum suatu fungsi kuadratik dengan kendala berbentuk linier dengan menggunakan metode fungsi *penalty*.

1.3 Pembatasan Masalah

Dalam tulisan ini, masalah akan dibatasi dalam menyelesaikan program minimisasi dengan fungsi tujuan berbentuk kuadratik dan fungsi kendala berbentuk linier.

1.4 Tujuan Penulisan

Tujuan penulisan tugas akhir ini adalah untuk menentukan solusi optimum suatu fungsi kuadratik dengan kendala berbentuk linier dengan menggunakan metode fungsi *penalty*.

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dari pembahasan, maka dapat ditarik kesimpulan sebagai berikut :

Untuk menyelesaikan persoalan pemograman non linier dengan menggunakan Metode *Fungsi Penalty*, langkah pertama yang dilakukan adalah mengubah masalah yang berkendala menjadi masalah tak berkendala dengan membentuk suatu fungsi baru dimana fungsi baru tersebut merupakan kombinasi dari fungsi objektif dengan kendala-kendalanya. Kemudian masalah yang tak berkendala tersebut diselesaikan dengan menggunakan salah satu teknik optimasi tak berkendala (Metode *Steepest Descent*).

Bentuk formulasi dari metode fungsi penalty tersebut adalah :

a. Metode Fungsi Penalty Interior

$$\varphi_k = \varphi(X, r_k) = f(X) - r_k \sum_{j=1}^{m} \frac{1}{g_j(X)}$$

Pada minimisasi $\varphi(X, r_k)$ dari metode fungsi penalty interior untuk r_k yang monoton turun, dengan $r_{k+1} = c \cdot r_k$ dan $0 < c < 1$ dimana k = 1, 2, …, n, solusi yang diperoleh semuanya terletak pada daerah yang layak dan konvergen ke solusi optimal dari masalah yang berkendala dengan mengambil r_k yang berlainan.

b. Metode Fungsi Penalty Eksterior

$$\varphi(X, r_k) = f(X) + r_k \sum_{j=1}^{m} \left[\max[g_j(X), 0]\right]^p$$

Pada minimisasi $\varphi(X, r_k)$ dari metode fungsi penalty eksterior untuk r_k yang monoton naik, dengan $r_{k+1} = c \cdot r_k$ dan c > 1 dimana k = 1, 2, ..., n, solusi yang diperoleh semuanya terletak pada daerah yang tak layak dan konvergen ke solusi optimal dari masalah yang berkendala dengan mengambil r_k yang berlainan.

DAFTAR KEPUSTAKAAN

[1] Anton, Howard. 1997. *Aljabar Linear Elementer, Edisi Kelima*. Erlangga. Jakarta

[2] Bertsekas, Dimetri P. 1999. *Nonlinear Programming, Second Edition*. Athena Scientific. Belmont, Massachusetts.

[3] Bazaraa, Mokhtar S & Shelly C. M. 1979. *Nonlinear Programming*. John Willwy & Sons Inc. New York

[4] Nash, Stephen G & Sofer, Arlela. 1996. *Linear and Non Linear Programming*. The McGraw Hill. New York

[5] Rao, SS. 1984. *Optimization Theory and Aplication, Second Edition*. John Willey. New York

[6] Taha, Hamdi A. 1997. *Riset Operasi Suatu Pengantar Jilid 2*. Binarupa Aksara. Jakarta