

ROTASI DARI R^2 MELALUI SUDUT θ
MERUPAKAN SUATU PEMETAAN LINIER
YANG MEMILIKI NILAI EIGEN DAN VEKTOR EIGEN TERTENTU

SKRIPSI SARJANA MATEMATIKA

Oleh

NOZA EKAWATI

01134001



JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS ANDALAS

PADANG

2006

ABSTRAK

Pada skripsi ini dibahas tentang Rotasi dari R^2 melalui sudut sebesar θ yang merupakan suatu pemetaan linier yang memiliki nilai eigen dan vektor eigen.

Kata kunci : *rotasi, pemetaan linier, nilai eigen, vektor eigen, persamaan eigen dan polinom eigen.*

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Sudah diketahui secara luas bahwa pemetaan (transformasi) linier mempunyai peranan yang sangat penting didalam berbagai cabang ilmu matematika. Dan sudah diketahui pula bahwa R^2 (ruang berdimensi dua yaitu bidang) adalah himpunan semua pasangan terurut bilangan-bilangan riil rangkap dua ditulis $R^2 = \{(x_1, x_2) \mid x_1 \in R, x_2 \in R\}$, dengan (x_1, x_2) menyatakan suatu titik (koordinat suatu titik) dibidang. Tetapi karena suatu vektor $\bar{x} \in R^2$ yang bertitik awal di 0 dapat pula dinyatakan oleh (x_1, x_2) dengan (x_1, x_2) titik ujungnya, maka (x_1, x_2) dapat dipandang sebagai suatu titik atau suatu vektor. Jika (x_1, x_2) dipandang sebagai suatu vektor \bar{x} , maka dapat ditulis $\bar{x} = (x_1, x_2)$. Dengan demikian R^2 dapat pula dinyatakan sebagai himpunan semua vektor (x_1, x_2) .

Sudah diketahui pula bahwa rotasi dari R^2 melalui sudut sebesar $\frac{\pi}{2}$ dinyatakan sebagai pemetaan $T: R^2 \rightarrow R^2$ yang didefinisikan dengan $T(x_1, x_2) = (-x_2, x_1), \forall (x_1, x_2) \in R^2$, dan rotasi dari R^2 melalui sudut sebesar π dinyatakan sebagai pemetaan $T: R^2 \rightarrow R^2$, yang didefinisikan dengan $T(x_1, x_2) = (-x_1, -x_2), \forall (x_1, x_2) \in R^2$, dan demikian juga rotasi dari R^2 melalui sudut sebesar $\frac{3\pi}{2}$ dinyatakan sebagai pemetaan $T: R^2 \rightarrow R^2$, yang didefinisikan dengan $T(x_1, x_2) = (x_2, -x_1), \forall (x_1, x_2) \in R^2$. Tetapi perlu

disadari bahwa rotasi dari R^2 melalui sudut sebesar $\frac{\pi}{2}$, π , dan $\frac{3\pi}{2}$ tersebut adalah suatu pemetaan linier yang merupakan bentuk khusus dari rotasi dari R^2 melalui sudut sebesar θ , dengan θ bilangan tetap (bilangan konstan).

1.2 Perumusan Masalah

Berangkat dari rotasi dari R^2 melalui sudut sebesar $\frac{\pi}{2}$, π , dan $\frac{3\pi}{2}$, maka bentuk umumnya adalah rotasi dari R^2 melalui sudut sebesar θ , dengan θ bilangan tetap. Dan mengingat rotasi dari R^2 melalui sudut sebesar $\frac{\pi}{2}$, π , dan $\frac{3\pi}{2}$ tersebut dapat dinyatakan sebagai pemetaan $T: R^2 \rightarrow R^2$, yang masing-masing didefinisikan dengan $T(x_1, x_2) = (-x_2, x_1)$, $\forall (x_1, x_2) \in R^2$, $T(x_1, x_2) = (-x_1, -x_2)$, $\forall (x_1, x_2) \in R^2$ dan $T(x_1, x_2) = (x_2, -x_1)$, $\forall (x_1, x_2) \in R^2$, tentu rotasi dari R^2 melalui sudut sebesar θ dapat pula dinyatakan sebagai pemetaan $T: R^2 \rightarrow R^2$, yang didefinisikan dengan T : rotasi dengan sudut sebesar θ , θ bilangan tetap, diartikan sebagai T memetakan setiap vektor $(x_1, x_2) \in R^2$ ke R^2 dengan cara merotasikan setiap vektor $(x_1, x_2) \in R^2$ tersebut dalam arah yang berlawanan atau searah dengan arah putaran jarum jam mengelilingi titik asal 0 melalui sudut sebesar θ , θ bilangan tetap.

Sekarang masalahnya apakah rotasi dari R^2 melalui sudut sebesar θ tersebut merupakan suatu pemetaan (transformasi) linier ?, dan bagaimana bentuk rumus pemetaannya (rumus dari T : rotasi dengan sudut sebesar θ) ?, sehingga rumus ini berlaku umum untuk semua jenis rotasi dari R^2 melalui sebarang sudut

sebesar θ , θ bilangan tetap, dan apakah pemetaan tersebut memiliki nilai eigen dan vektor eigen ?

1.3 Tujuan penelitian

Tujuan penelitian ini adalah menunjukkan rotasi dari R^2 melalui sudut sebesar θ merupakan suatu pemetaan (transformasi) linier yang memiliki nilai eigen dan vektor eigen.

1.4 Sistematika Penulisan

Skripsi ini terdiri dari empat bab, yaitu : Bab I Pendahuluan yang berisi latar belakang masalah, perumusan masalah, tujuan penelitian, dan sistematika penulisan. Bab II Landasan Teori yang berisi operasi-operasi vektor di R^2 , pemetaan (transformasi) linear di R^2 , determinan 2×2 , matriks penyajian (matriks transformasi) terhadap basis baku dari R^2 , dan nilai eigen dan vektor eigen. Bab III Pembahasan yang berisi rotasi dari R^2 melalui sudut θ dan rumus rotasi dari R^2 melalui sudut θ . Bab IV Kesimpulan.

BAB IV KESIMPULAN

Rotasi dari R^2 (ruang berdimensi dua atau bidang) melalui sudut sebesar θ merupakan suatu pemetaan (transformasi) linier yang memiliki nilai eigen yaitu $\lambda_1 = \cos \theta + \sin \theta$ dan $\lambda_2 = \cos \theta - \sin \theta$, dengan vektor eigen yang bersesuaian dengan λ_1 adalah $\bar{x} = s \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ dan yang bersesuaian dengan λ_2 adalah $\bar{x} = t \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$, dengan s, t parameter dan $s, t \neq 0$.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Anton, Howard. 1991. *Aljabar Linier Elementer*. Edisi ke-5. Erlangga : Jakarta.
- [2] Anton, Howard. 2000. *Dasar-dasar Aljabar Linier*. Edisi ke-7. Interaksara : Batam.
- [3] Arifin, Achmad. 2001. *Aljabar Linier*. Edisi ke-2. ITB : Bandung.
- [4] Campbell, Hugh.G. 1977. *An Introduction to Matrice, Vector and Linear Programing*. Second edition. Prantice-Hall : New Jersey.
- [5] Chullen, Charles G. 1993. *Aljabar linier dengan Penerapannya*. PT Gramedia Pustaka Utama : Jakarta.
- [6] Hadley, G. 1983. *Aljabar Linier*. Edisi Bahasa Indonesia. Erlangga : Jakarta.
- [7] Hutahacan, E. Sumarsono. 1982. *Matematika 3*. ITB : Bandung.
- [8] Noble, B dan J.W. Daniel. 1988. *Applied Linear Algebra*. Prentice- Hall : New Jersey.