INFIMUM DAN SUPREMUM PADA RING BOOLEAN

SKRIPSI SARJANA MATEMATIKA

Oleh

HENDRO YAN FERRY
03934039

JURUSAN MATEMTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS ANDALAS
PADANG

2008

ABSTRAK

Misalkan $(B, +, \cdot)$ adalah ring, ring B dengan syarat $\forall x \in B,\ x^2 = x$ disebut ring Boolean. S adalah subhimpunan dari ring Boolean B yang terbatas dan tidak kosong sehingga, pada S dengan $S \subseteq B, S \neq \phi$ dan S terbatas mempunyai infimum dan supremum.

Pada penulisan tugas akhir ini akan dilakukan pembuktian teorema atau lemma yang berkaitan dengan infimum dan supremum pada ring Boolean

Kata kunci: ring, ring Boolean, orde parsial, infimum dan supremum.

BAB I

PENDAHULUAN

I.1 Latar Belakang

Himpunan dan proporsi, kedua-duanya kelihatan mempunyai sifat-sifat yang serupa, yakni, memenuhi hukum-hukum yang identik. Hukum-hukum ini adalah hukum-hukum yang digunakan untuk mendefinisikan sebuah struktur matematik yang abstrak yang dinamakan dengan sebuah aljabar Boolean, yang dinamai menurut sarjana matematika George Boole (1813-1864).

Sebuah aljabar Boolean adalah sebuah himpunan B dari elemen-elemen $a,b,...$ dan dua operasi biner yang dinamakan dengan jumlah dan hasil kali, yang berturut-turut dinyatakan oleh $+$ dan $*$, sehingga memenuhi hukum klosur, hukum komutatif, hukum assosiatif, hukum distributif, mempunyai elemen satuan, dan mempunyai invers.

Misalkan ring R, adalah himpunan tak kosong dan '+' , '·' adalah operasi biner pada R. R disebut ring jika R bersama dengan operasi '+' adalah group komutatif dan R bersama dengan operasi '·' adalah semi group dan R memenuhi sifat distributif kanan dan distributif kiri. Suatu ring B disebut ring Boolean jika dan hanya jika $x^2 = x$ untuk setiap $x \in B$. Penjumlahan dan perkalian pada bilangan bulat modulo 2 merupakan ring Boolean, karena $0^2 = 0$ dan $1^2 = 1$, untuk $0,1 \in B$.

Karena setiap subhimpunan (*subset*) dari ring Boolean (B,'+','·') yang tidak kosong dan terbatas memiliki batas bawah terbesar (*glb* = *greatest lower bound*) atau *infimum* dan batas atas terkecil (*lub* = *least upper bound*) atau *supremum* [1], Maka penulis ingin mencari batas atas terkecil dan batas bawah terbesar dari ring Boolean tersebut, oleh karena itu pada penulisan tugas akhir ini, penulis memberi judul "Infimum dan Supremum Pada Ring Boolean".

I.2 Perumusan Masalah

Karena setiap subhimpunan ring Boolean yang tidak kosong dan terbatas memiliki *infimum* dan *supremum*, maka yang menjadi masalah dalam penulisan ini adalah bagaimana menentukan *infimum* dan *supremum* dari ring Boolean.

I.3 Batasan Masalah

Adapun batasan masalah dari penulisan tugas akhir ini adalah hanya menyelidiki batas bawah terbesar (*infimum*) dan batas atas terkecil (*supremum*) pada subhimpunan ring Boolean.

I.4 Tujuan Penulisan

Tujuan dari penulisan tugas akhir ini adalah mencari batas bawah terbesar (*infimum*) dan batas atas terkecil (*supremum*) dari himpunan ring Boolean.

I.5 Sistematika Penulisan

Adapun sistematika penulisan pada skripsi ini adalah :

1. BAB I Pendahuluan, yang terdiri dari latar belakang, perumusan masalah, pembatasan masalah, tujuan penulisan, dan sistematika penulisan.

BAB IV

KESIMPULAN

Berdasarkan pembahasan pada BAB III, dapat diketahui bahwa suatu ring B dikatakan ring Boolean jika dan hanya jika, untuk setiap $x \in B$ berlaku $x^2 = x$. Hubungan dalam sebuah ring Boolean B yang didefinisikan dengan $(B, \leq)$ adalah himpunan terurut parsial dimana, $x \leq y$ jika dan hanya jika $xy = x$, untuk setiap $x, y \in B$. Hubungan di antara sifat-sifat orde parsial dalam sebuah ring Boolean B dan operasi-operasi dari B akan mengakibatkan adanya suatu *infimum* dan *supremum*. Adapun *infimum* dan *supremum* dapat dijelaskan sebagai berikut, misalkan B adalah suatu ring Boolean, $S \subseteq B, S \neq \phi$ dan S terbatas. Maka untuk setiap $x, y \in S$ berlaku,

i. $Inf\{x, y\} = xy$

ii. $Sup\{x, y\} = x + y + xy$

DAFTAR PUSTAKA

[1] Abian, A. 1976. *Boolean Ring*. Branden Press. Boston.

[2] Arifin, A. 2000. *Aljabar*, ITB, Bandung

[3] Fraleigh, J.B,1994. *A First Course in Abstract Algebra*. Addison-Wesley Publishing Company, New York.

[4] Herstein, I. N. 2000. *Topics In Algebra*. 2nd edition. Jhon Wiley & Sons. New York.

[5] Jacob, B. 1990. *Linear Algebra*. W. H. Freeman and Company. New York.

[6] Lipschutz, S, Ph,D. 1995. *Teori Himpunan*. Silaban, Pantur, Ph, D. Erlangga. Jakarta.

[7] Whitelaw, T. A. 1995. *Introduction to Abstract Algebra*. Blackie Academic & Professional. Boston