

**MENENTUKAN NILAI ANTARA DI ANTARA TITIK-TITIK DATA
DENGAN SPLINE KUBIK**

SKRIPSI SARJANA MATEMATIKA

Oleh

FRANS OLSEN SITANGGANG,
03 134 011



**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS ANDALAS
PADANG
2007**

ABSTRAK

Interpolasi spline kubik adalah suatu metode yang digunakan untuk menentukan nilai antara diantara titik-titik data. Untuk $n+1$ titik data ($i = 0, 1, \dots, n$), terdapat n interval, dan setiap pasangan titik-titik data tersebut disambungkan oleh sebuah kubik. Dari penurunan rumus interpolasi Newton dan Lagrange diperoleh formula spline kubik yang lebih sederhana.

Kata kunci : interpolasi, interpolasi Newton, interpolasi Lagrange, spline kubik

BAB I

PENDAHULUAN

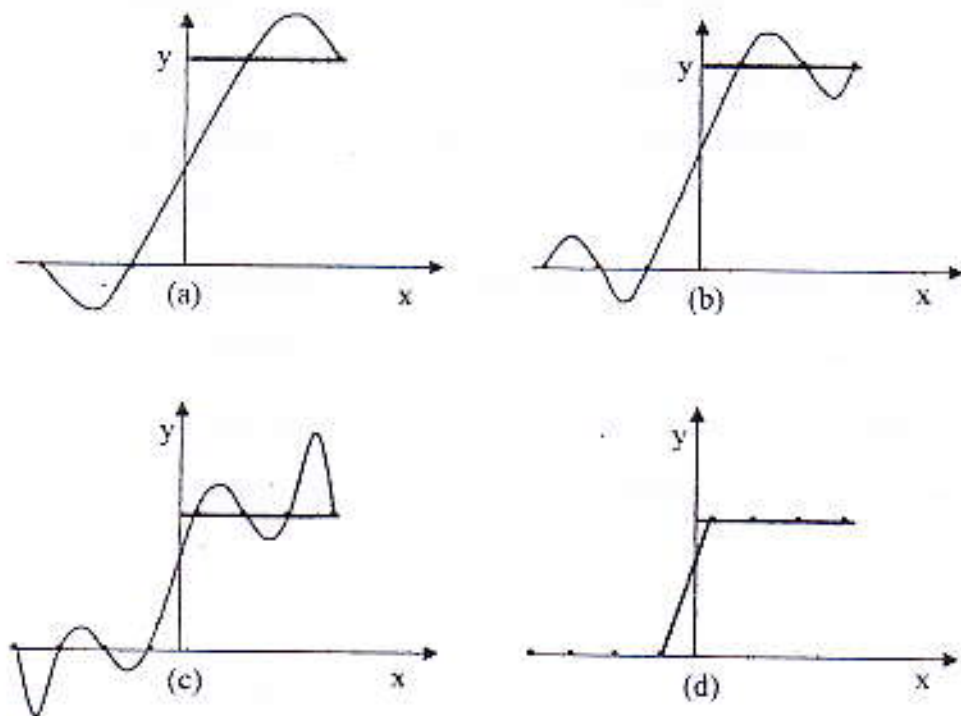
1.1. Latar Belakang Masalah

Persoalan yang melibatkan model matematika banyak berperan pada bidang ilmu lain misalnya pada bidang ekonomi, teknik, biologi, kimia dan sebagainya. Seringkali model matematika tersebut muncul dalam bentuk yang tidak ideal atau perhitungan matematika yang tidak dapat diselesaikan secara eksak (dapat diselesaikan dengan rumus-rumus aljabar yang sudah baku atau metode analitik) atau mungkin dapat diselesaikan secara eksak namun memerlukan perhitungan yang rumit, maka mutlak diperlukan suatu metode untuk menyelesaikannya, misalnya metode Numerik (metode aproksimasi). Solusi yang diperoleh adalah solusi yang menghampiri atau nilai hampiran (*approximation*) dan selisih antara nilai sejati dengan nilai hampiran disebut galat.

Salah satu masalah yang cukup sering muncul adalah dalam penafsiran nilai-nilai antara di antara titik-titik data. Metode yang paling sering digunakan untuk memecahkan permasalahan tersebut adalah interpolasi. Salah satu metode interpolasi yang digunakan adalah interpolasi polinomial.

Ada beberapa metode perhitungan polinom interpolasi, diantaranya adalah interpolasi polinomial Newton, dan interpolasi polinomial Lagrange. Kedua metode ini memiliki kesamaan dimana polinomial orde $k-n$ digunakan untuk interpolasi di antara $n+1$ titik data. Tetapi kedua metode ini memiliki kekurangan. Misalnya, untuk delapan titik, dengan interpolasi Newton dan Lagrange dapat menurunkan suatu polinomial orde ketujuh yang sempurna. Kurva ini akan

melalui semua lengkungan, sekurang-kurangnya sampai turunan ketujuh, yang diminta oleh titik-titik data. Tetapi terdapat kasus dimana fungsi-fungsi ini dapat membawa hasil-hasil yang keliru. Cara lain adalah metode interpolasi spline, dan dalam penulisan ini interpolasi spline yang akan menjadi kajian. Prinsip interpolasi spline adalah menghampiri suatu fungsi polinom $f_n(x)$ pada selang $a \leq x \leq b$ dimana fungsi f kontinu.



Gambar (1.1) suatu keadaan dimana suatu spline lebih baik dari suatu polinomial orde lebih tinggi

Gambar (1.1) memperlihatkan suatu keadaan dimana suatu spline lebih baik dari suatu polinomial orde lebih tinggi. Bagian (a) sampai (c) menunjukkan bagaimana polinomial orde lebih tinggi cenderung berayun dengan osilasi yang tidak terkendali di sekitar tempat terjadinya perubahan mendadak sehingga fungsi-fungsi ini dapat membawa hasil-hasil yang keliru, sedangkan pada spline tidak

demikian, meskipun spline juga menghubungkan titik-titik, tetapi karena ia dibatasi terhadap perubahan orde ketiga, osilasi dijaga terhadap suatu minimal (bagian (d)). Dengan demikian spline biasanya memberikan suatu aproksimasi yang unggul dari perilaku fungsi yang mempunyai perubahan setempat yang mendadak.

Interpolasi spline dalam pembahasan ini ada tiga, yaitu (1) Interpolasi Linear, (2) Interpolasi Kuadratik dan (3) Interpolasi Kubik. Ditinjau dari galat yang dimiliki, interpolasi spline kubik merupakan metode aproksimasi yang paling baik. Nilai hampirannya lebih mendekati ke nilai sebenarnya dibandingkan nilai hampiran interpolasi linear dan interpolasi kuadratik. Oleh karena itu interpolasi spline yang paling sering digunakan dan sangat berguna dalam praktik teknik adalah interpolasi spline kubik. Karena menentukan titik antara di antara titik-titik data yang diketahui dengan spline kubik memang sedikit rumit, akan dilakukan penjabaran rumus spline kubik sehingga dapat mempermudah perhitungan.

1.2. Perumusan Masalah

Perumusan masalah dalam tugas akhir ini yaitu :

1. Penjabaran rumus spline kubik agar lebih sederhana dengan tetap memperhatikan kondisi-kondisi dalam spline tersebut.
2. Menentukan nilai antara di antara titik-titik data yang diketahui dengan spline kubik.

BAB IV

KESIMPULAN DAN SARAN

4.1 Kesimpulan

Setelah dilakukan penjabaran formula spline kubik dengan tetap memperhatikan setiap kondisi-kondisinya maka diperolehlah formula yang lebih sederhana untuk menentukan nilai antara diantara titik-titik data dengan spline kubik, yaitu :

$$f_i(x) = \frac{f''(x_{i+1})}{6(x_i - x_{i+1})}(x_i - x)^3 + \frac{f''(x_i)}{6(x_i - x_{i+1})}(x - x_{i+1})^3 + \left(\frac{f(x_{i+1})}{x_i - x_{i+1}} - \frac{f''(x_{i+1})(x_i - x_{i+1})}{6} \right)(x_i - x) + \left(\frac{f(x_i)}{x_i - x_{i+1}} - \frac{f''(x_i)(x_i - x_{i+1})}{6} \right)(x - x_{i+1})$$

dan untuk mencari setiap turunan kedua yang tidak diketahui digunakan persamaan berikut :

$$f''(x_{i+1})(x_i - x_{i+1}) + 2f''(x_i)(x_{i+1} - x_{i+1}) + f''(x_{i+1})(x_{i+1} - x_i) = 6 \frac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{x_{i+1} - x_i} + 6 \frac{f(x_i) - f(x_{i+1})}{x_{i+1} - x_i}$$

4.2 Saran

Saran untuk penulis selanjutnya agar penjabaran rumus spline kubik ini dalam menentukan nilai antara dilakukan dengan suatu program (*software*) tertentu sehingga lebih mempermudah lagi dalam penjabaran rumus ataupun dalam menyelesaikan suatu permasalahan. Sehingga hasil yang diperoleh juga lebih cepat dan akurat.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Amrinsyah Nasution dan Hasballah Zakaria. 2001. *Metode Numerik Ilmu Rekayasa Sipil*. Institut Teknologi Bandung, Bandung
- [2] John . H. Matheus. 2001. *Numerical Methods for Mathematics, Science, and Engineering*. Prentice
- [3] Rinaldi Munir. 2006. *Metode Numerik*. Informatika Bandung, Bandung
- [4] Ruddy Kurniawan. 2005. *Diktat Kuliah Analisa Numerik Dasar*. Jurusan Teknik Sipil Universitas Andalas, Padang
- [5] Steven. C. Chapra / Raymond P. Canale. 1991. *Metode Numerik Dengan Penerapan pada Komputer Pribadi*. Universitas Indonesia, Jakarta
- [6] Setiawan A. ST, MT. 2006. *Pengantar Metode Numerik*. Andi Offset. Yogyakarta
- [7] Triadmodjo B. 1992. *Metode Numerik*. Beta Offset. Yogyakarta