PENYELESAIAN SISTEM PERSAMAAN LINIER

DENGAN METODE QUASI-NEWTON DIMODIFIKASI

SKRIPSI SARJANA MATEMATIKA

OLEH :

JULIANDRI SAPUTRA
04 134 034

JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS ANDALAS

PADANG

2009

ABSTRAK

Metode Quasi-Newton merupakan salah satu metode yang sangat baik dalam menyelesaikan sistem persamaan linier $Ax = b$ yang mempunyai penyelsaian tunggal. Penyelesaian sistem persamaan linier tersebut, dengan mengkonversikannya menjadi suatu masalah optimasi kuadratik. Pada penelitian ini akan dilihat penyelesaian dari sistem persamaan linier dengan metode Quasi-Newton yang dimodifikasi. Dari hasil pembahasan dapat disimpulkan bahwa metode Quasi-Newton dimodifikasi dan metode Quasi-Newton tidak dapat dibandingkan mana yang yang lebih baik dalam memberikan hasil.

Kata Kunci : *Metode Quasi-Newton, Sistem Persamaan Linier, Metode Quasi-Newton dimodifikasi.*

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Sistem persamaan linier yang terdiri dari n persamaan dengan n variabel $x_1, x_2, \ldots,$ dan x_n dinyatakan dengan

$$\begin{gathered} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \cdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n = b_n \end{gathered} \tag{1.1.1}$$

Sistem di atas dapat diekspresikan dengan bentuk perkalian matriks, yaitu

$$A\vec{x} = \vec{b} \tag{1.1.2}$$

dengan

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \quad \vec{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad \vec{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$

Jika $\text{rank}(A) = n$, maka sistem persamaan linier (1.1.2) mempunyai penyelesaian tunggal. Sistem persamaan linier (1.1.2) sering digunakan dalam berbagai aplikasi, dan khusus untuk n yang besar penyelesaian eksak sulit untuk dicari.

Terdapat banyak metode numerik yang dapat digunakan dalam menyelesaikan sistem (1.1.2). Dalam [8] disebutkan bahwa salah satu hampiran untuk menyelesaikan sistem persamaan linier (1.1.2) adalah dengan mengkonversikannya menjadi suatu masalah optimasi quadratik.

$$Minimize\ f(\vec{x}) = \frac{1}{2}\left(A\vec{x} - \vec{b}\right)^T (A\vec{x} - \vec{b}) \qquad (1.1.3)$$

dan kemudian menggunakan metode iterasi untuk menyelesaikan masalah optimasi kuadratik ini. Jika $g(\vec{x})$ menyatakan gradien $\nabla f(\vec{x})$ dan $G(\vec{x})$ menyatakan matriks Hessian dari $f(\vec{x})$, maka

$$g(\vec{x}) = A^T\left(A\vec{x} - \vec{b}\right)$$

dan

$$G(\vec{x}) = A^T A$$

Karena $G(\vec{x})$ simetrik dan definit positif, maka masalah (1.1.3) mempunyai suatu solusi tunggal x yang memenuhi :

$$g(\vec{x}) = 0$$

atau ekivalen dengan

$$A^T A\vec{x} = A^T\vec{b} \qquad (1.1.4)$$

Misalkan rank(A^T)= rank(A) = n, maka (1.1.4) ekivalen dengan (1.1.2). Oleh karena itu, $\vec{x}$ adalah solusi (1.1.3) jika dan hanya jika $\vec{x}$ adalah solusi (1.1.2).

Salah satu metode yang sangat baik dalam memberikan penyelesaian (1.1.3) adalah metode Quasi-Newton. Dalam skripsi ini, metode Quasi-Newton akan dimodifikasi, metode yang dihasilkan disebut dengan metode Quasi-Newton yang dimodifikasi.

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dari ketiga contoh pada pembahasan, didapatkan bahwa pada contoh 2 dengan n = 32, Algoritma 2 menghasilkan 30 kali iterasi, sedangkan Algoritma 1 menghasilkan 31 kali iterasi. Ini menunjukkan bahwa untuk n = 32, algoritma II mampu mengurangi jumlah iterasi sebanyak 1 kali dibandingkan Algoritma I. Pada contoh 1 (n =100) kedua algoritma menghasilkan jumlah iterasi yang sama, sebanyak 28 kali iterasi. Tetapi, pada contoh 3 (n =102), Algoritma I menghasilkan 54 kali iterasi dan algoritma II menghasilkan 70 kali iterasi. Perbedaan yang cukup besar ini menunjukkan bahwa Algoritma II sudah tidak dapat lagi memperkecil jumlah iterasi. Dari hasil tersebut di atas, dapat disimpulkan bahwa untuk kedua metode tidak dapat dibandingkan mana yang lebih baik dalam memberikan hasil.

Selain itu, dengan bahasa program MATLAB ini, sangat membantu sekali dalam proses penghitungan, karena memang metode ini melibatkan operasi matriks yang berukuran besar.

4.2 Saran

Pada tulisan ini, penulis memodifikasi metode Quasi-Newton dengan menambahkan satu arah (*direction*) yaitu $t_k = H_k A^T b - x_k$ dan belum memberikan hasil yang maksimal untuk mengurangi jumlah iterasi. Penulis menyarankan untuk menambahkan arah (*direction*) lagi pada metode ini, sehingga

DAFTAR PUSTAKA

[1] Anton, H. 1988. *Aljabar Linier Elementer.*Edisi Kelima. Erlangga.Jakarta.

[2] Bertsekas, D.P.1995. *Nonlinear Programming,* Athena Scientific, Belmont.

[3] Dennis, Jr.J.E dan Schnabel, R.B. 1983. *Numerical Methods for Unconstrained Optimization and Nonlinear Equation.* Prentice-Hall, Inc, New Jersey.

[4] Fletcher, R. 1987. *Practical Methods of Optimization,* John Wiley & Sons. New York.

[5] Hanselman, D dan B. Littlefield. 2000. *MATLAB Bahasa Komputasi Teknis(terjemahan).*Penerbit Andi, Yogyakarta.

[6] Horn, R.A dan C.R.Johnson.1985. *Matrix Analysis.* Cambridge University Press, United Kingdom.

[7] Luenberger, D.G. 1984. *Linear and Nonlinear Programming.* Addison-Wesley Publishing Company, Reading.

[8] Shi, Y. 2007. Modified Quasi-Newton Methods for Solving Systems of Linear Equations. *int. J. Contemp. Math. Sci.* Vol **2** (no.15) : 737-744.