

**PENYELESAIAN SISTEM DESKRIPTOR KONTINU**

**SKRIPSI SARJANA MATEMATIKA**

Oleh

**SISKHA HANDAYANI**

**04 134 049**



**JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS ANDALAS  
PADANG  
2008**

## ABSTRAK

Dalam skripsi ini akan dibahas penyelesaian dari sistem deskriptor kontinu berikut :

$$E\dot{y}(t) = Ay(t) + Bu(t), \quad y(0) = y_0$$

dimana  $E, A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $B \in \mathbb{R}^{n \times p}$ ,  $y \in \mathbb{R}^n$ ,  $u \in \mathbb{R}^p$ , dan  $t \in [0, \infty)$ , dengan mengasumsikan bahwa  $E$  adalah matriks *singular* dan  $\det(sE - A) \neq 0$  untuk suatu  $s \in \mathbb{R}$ .

**Kata kunci :** *Transformasi Laplace, Singular, Similar, Matriks Jordan, Nilpotent*

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Pertimbangkan sistem kontrol linear kontinu berikut :

$$E\dot{y}(t) = Ay(t) + Bu(t), \quad y(0) = y_0 \quad (1.1)$$

dimana  $E, A \in \mathbb{R}^{n \times n}, B \in \mathbb{R}^{n \times p}, y \in \mathbb{R}^n, u \in \mathbb{R}^p$ , dan  $t \in [0, \infty)$ .

Dalam persamaan (1.1),  $y \in \mathbb{R}^n$  menyatakan vektor keadaan,  $u \in \mathbb{R}^p$  menyatakan vektor kontrol (input) dan  $\mathbb{R}^{n \times p}$  menyatakan himpunan matriks riil berukuran  $n \times p$ . Sistem kontrol linear (1.1) sering disebut sebagai sistem deskriptor kontinu [3]. Jika matriks  $E$  nonsingular, maka sistem (1) dapat ditulis menjadi

$$\dot{y}(t) = \bar{A}y(t) + \bar{B}u(t), \quad y(0) = y_0$$

dengan  $\bar{A} = E^{-1}A$  dan  $\bar{B} = E^{-1}B$ .

Jelas bahwa sistem deskriptor linear merupakan perumusan dari sistem kontrol linier biasa seperti yang terdapat dalam literatur klasik [7].

Sistem (1.1) disebut *regular* jika  $\det(sE - A) \neq 0$  untuk suatu  $s \in \mathbb{R}$ , dan sebaliknya dikatakan *non regular*.

Untuk matriks  $E$  nonsingular, penyelesaian sistem (1.1) dengan mudah dapat diperoleh, yaitu

$$y(t) = e^{\bar{A}t}y_0 + \int_0^t e^{(t-s)\bar{A}}\bar{B}u(s)ds,$$

tetapi tidak demikian halnya jika  $E$  adalah matriks *singular*.

MILIK  
UPT PERPUSTAKAAN  
UNIVERSITAS ANDALAS

Skripsi ini akan mengkonstruksi penyelesaian sistem deskriptor (1.1) dengan asumsi bahwa  $E$  adalah matriks *singular* dan  $\det(sE - A) \neq 0$  untuk suatu  $s \in \mathbb{R}$ .

### 1.2 Perumusan masalah

Diberikan sistem deskriptor kontinu seperti pada persamaan (1.1). Bagaimanakah bentuk solusi eksplisit dari sistem tersebut ?

### 1.3 Pembatasan Masalah

Beberapa pembatasan yang diperlukan adalah sebagai berikut :

1. Matriks-matriks koefisien dan sistem deskriptor adalah bernilai riil. Matriks  $E$  dan  $A$  kedua-duanya adalah *singular* atau  $A$  *nonsingular* dan  $E$  *singular* tetapi tidak nilpotent.
2. Sistem deskriptor (1.1) adalah *regular*, yakni  $\det(sE - A) \neq 0$  untuk suatu  $s \in \mathbb{R}$ .
3. Vektor keadaan  $y(t)$  dapat diturunkan sebanyak  $m$  kali, dan vektor kontrol  $u(t)$  dapat diturunkan sebanyak  $m - 1$  kali.

### 1.4 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian ini adalah menentukan penyelesaian dari sistem deskriptor kontinu (1.1).

### 1.5 Sistematika Penulisan

Pada bab I merupakan pendahuluan yang berisi latar belakang masalah, rumusan masalah, pembatasan masalah, tujuan dan sistematika pembahasan. Sedangkan pada bab II akan dikemukakan teori dasar yang diperlukan untuk mendapatkan penyelesaian dari sistem deskriptor kontinu (1.1). Dan pada bab III

membahas penyelesaian dari sistem deskriptor kontinu (1.1) beserta contoh pemakaian. Kesimpulan skripsi ini dikemukakan pada bab IV.

## BAB IV

### PENUTUP

Dari pembahasan pada bab sebelumnya dapat disimpulkan bahwa eksistensi dan ketunggalan penyelesaian dari sistem deskriptor kontinu (1.1) dijamin jika ada matriks *nonsingular*  $P$  dan  $Q$  sedemikian sehingga sistem deskriptor kontinu (1.1) dapat direduksi menjadi sistem (3.2).

Jika  $x_1$  dan  $x_2$  adalah solusi dari sistem (3.2), maka solusi sistem deskriptor kontinu (1.1) dinotasikan sebagai

$$y(t) = Q \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}.$$

## DAFTAR PUSTAKA

- [1] Anton, Howard. 1987. *Aljabar Linier Elementer. 5<sup>th</sup> edition*, Erlangga, Jakarta
- [2] Cullen, Charles G. 1991. *Linear Algebra and Differential Equation. Second edition*
- [3] Elizabeth L. Yip and Richard F. Sincovecc. 1981. Solvability, Controllability, and Observability of Continuous Descriptor System. *IEEE Transactions on Automatic Control*. 702-703
- [4] Finizio N. dan G. Ladas. 1988. *Persamaan Diferensial Biasa dengan Penerapan Modern. Edisi kedua*, Erlangga, Jakarta
- [5] Gantmacher, F.R. 2000. *The Theory of Matrices. Volume one*. Ams Chelsea Publishing, Providence Rhode Island
- [6] Jacob, Bill. 1990. *Linear Algebra*. W. H, Freeman And Company, New York
- [7] Kaczorek, T. 1992. *Linear Control System. Volume one-Analysis Of Multivariable System*. Warsaw University of Technology, Poland
- [8] Noble, Ben and Daniel. J. W. 1988. *Applied Linear Algebra 3<sup>rd</sup> edition*, Prentice-Hall, New Jersey