# PENGGUNAAN TEOREMA DE MOIVRE DALAM PENGINTEGRALAN FUNGSI TRIGONOMETRI

**SKRIPSI SARJANA MATEMATIKA**


Oleh :

**FITRAH SARI WAHYUNI H.**

**04 134 001**





**JURUSAN MATEMATIKA**

**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**

**UNIVERSITAS ANDALAS**

**PADANG**

**2009**

# ABSTRAK


Misalkan $z_1 = r_1 (\cos\theta_1 + i \sin\theta_1)$ dan $z_2 = r_2 (\cos\theta_2 + i \sin\theta_2)$

dengan $z_1 z_2 = r_1 r_2 (\cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2))$

Jika nilai $z_1 = z_2 = \ldots = z_n = z$ , maka secara induksi dengan nilai $n \in N$ bentuk perkalian bilangan kompleks menjadi :

$$z^n = (r(\cos\theta + i\sin\theta))(r(\cos\theta + i\sin\theta))\ldots(r(\cos\theta + i\sin\theta))$$

$$z^n = r^n (\cos n\theta + i \sin n\theta)$$

Persamaan tersebut dikenal dengan teorema De Moivre. Pada tulisan ini dijabarkan penggunaan teorema De Moivre dalam pengintegralan tentu fungsi trigonometri.

**Kata kunci :** *teorema De Moivre, pengintegralan tentu, fungsi trigonometri.*

# BAB I

# PENDAHULUAN

## 1.1 Latar Belakang

Munculnya konsep bilangan kompleks secara alamiah pada abad ke – 16 yaitu ketika para matematikawan hendak mengekspresikan seluruh akar dari *polynomial*. Bilangan integer adalah penyelesaian persamaan seperti: $x + 1 = 0$. Bilangan rasional adalah penyelesaian persamaan seperti : $2x - 1 = 0$, serta bilangan real adalah penyelesaian persamaan seperti $x^2 - 2 = 0$. Selanjutnya, bilangan kompleks sebagai penyelesaian persamaan dalam bentuk : $x^2 + 1 = 0$. Himpunan bilangan kompleks akhirnya dapat mengekspresikan seluruh akar dari setiap *polynomial*.

Representasi geometri bilangan kompleks adalah pada bidang yang mengacu pada sistem koordinat cartesius yang terdiri dari sumbu horizontal x (sumbu nyata/real) dan sumbu vertikal y (sumbu imajiner). Diagram Argand merupakan representasi dari tiap- tiap bilangan kompleks. Selanjutnya bilangan kompleks ini dapat juga direpresentasikan dalam bentuk polar.

Bilangan kompleks memiliki akar dalam bentuk polar. Dalam operasi perkalian bilangan kompleks dalam bentuk polar digunakan teorema De Moivre untuk penjabarannya. Teorema ini dapat pula digunakan dalam pengintegralan fungsi trigonometri.

## 1.2 Permasalahan

Permasalahan yang akan dibahas dalam penulisan skripsi ini adalah penggunaan teorema De Moivre dalam pengintegralan fungsi trigonometri.

## 1.3 Pembatasan Masalah

Perhatikan persamaan berikut ini :

$$z_1 z_2 = r_1 r_2 (\cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2)) \quad \text{..........................(1.3.1)}$$

Dari persamaan (1.3.1) serta nilai $z_1 = z_2 = \ldots = z_n = z$ , maka secara induksi dengan nilai $n \in N$ bentuk perkalian bilangan kompleks menjadi :

$$z^n = (r(\cos\theta + i\sin\theta))(r(\cos\theta + i\sin\theta))\ldots(r(\cos\theta + i\sin\theta))$$

$$z^n = r^n(\cos n\theta + i\sin n\theta) \quad \text{..............................................(1.3.2)}$$

Persamaan (1.3.2) di atas dikenal dengan teorema De Moivre. Pada penulisan tugas akhir ini penulis menekankan penggunaan teorema De Moivre dalam pengintegralan tentu fungsi trigonometri.

## 1.4 Tujuan

Adapun tujuan penulisan ini adalah menjabarkan penggunaan teorema De Moivre dalam pengintegralan fungsi trigonometri.

# BAB IV

# KESIMPULAN

Berdasarkan pembahasan pada bab sebelumnya, maka dapat disimpulkan bahwa :

1. Teorema De Moivre adalah teorema yang digunakan untuk menentukan akar- akar bilangan kompleks. Secara umum, bentuk teorema De Moivre adalah :

$$z^n = \{r(\cos\theta + i\sin\theta)\}^n$$

$$\{r(\cos\theta + i\sin\theta)\}^n = r^n(\cos n\theta + i\sin n\theta)$$

*untuk* $n \in \mathrm{N}$.

2. Penggunaan rumus binomial

$$(a+b)^n = a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}b + \ldots + \binom{n}{k}a^{n-k}\,b^k + \ldots + b^n,\ \textit{untuk}\quad n \in \mathrm{N}$$

pada teorema De Moivre dapat membantu penjabaran bilangan kompleks dalam bentuk pangkat.

3. Dalam menyelesaikan pengintegralan tentu fungsi trigonometri, teorema De Moivre dapat digunakan untuk menjabarkan fungsi trigonometri, sehingga penyelesaian pengintegralan fungsi trigonometri lebih mudah dan sederhana.

## DAFTAR PUSTAKA

[1] Bird, John.2003.*Engineering Mathematics, fourth edition*.Newnes: Jordan Hill,Oxford OX2 8DP.

[2] Churchill, V. Ruel and James Ward Brown. 1996. *Compleks Variables and Applications, sixth edition*. Mc Graw Hill, Inc.

[3] Hasugian, M. 2006. *Menguasai Analisis Kompleks dalam Matemtika Teknik*. Rekayasa Sains : Bandung.

[4] Putranti, Sri Rejeki. 1999. *Integral*. Rineka Cipta : Surabaya.

[5] Siegel, R. Murray. Penerjemah : Koko Martono. 2005. *Peubah Kompleks dengan Pengenalan Pemetaan Konformal dan Penerapannya*.Erlangga : Jakarta.

[6] Snider,A.D dan E.B Saff. Third Edition. *Fundamentals of Compex Analysis with Aplications to Engineering and Science*. Prantice Hall. Pearson Educational, Inc.Upper Sadle River : New Jersey.

[7] Varberg, Dale dan Edwin J. Purcell. Alih Bahasa : I Nyoman Susila, Bana Kartasasmita, dan Rawuh. Edisi Keempat.*Kalkulus dan Geometri Analitis Jilid 1*.Erlangga: Jakarta