

**BILANGAN RAMSEY KOMBINASI DARI GRAF  $2K_2$   
DENGAN GRAF LAIN**

**SKRIPSI SARJANA MATEMATIKA**

**Oleh:**

**DIAN PORI ADHA**  
**04 934 026**



**JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS ANDALAS**

**PADANG**

**2010**

## ABSTRAK

Diberikan graf  $G$  dan  $H$ , bilangan Ramsey  $R(G, H)$  adalah bilangan bulat terkecil  $n$  sedemikian hingga untuk setiap graf lengkap  $F$  dengan  $n$  titik senantiasa memuat graf  $G$  atau komplemen dari  $F$  memuat  $H$  sebagai subgraf. Pada skripsi ini, akan ditunjukkan bilangan Ramsey  $r(2K_2, F) = p(F) + 2$  untuk  $F$  graf lengkap dan  $r(2K_2, F) = p(F) + 1$  untuk  $F$  bukan graf lengkap.

**Kata kunci :** *bilangan Ramsey, bilangan bulat terkecil, graf lengkap.*

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Teori Ramsey pertama kali dikaji oleh Frank Plumpton Ramsey (1930). Dalam papernya Frank Plumpton Ramsey menunjukkan bahwa untuk setiap bilangan  $n$  ada bilangan  $R(n)$  sedemikian sehingga jika semua sisi dari graf lengkap dengan  $R(n)$  titik diwarnai merah dan biru senantiasa memuat  $K_n$  merah atau  $K_n$  biru. Bilangan  $R(n)$  ini kemudian disebut sebagai bilangan Ramsey. Selanjutnya, Ramsey juga telah membuktikan: jika diberikan bilangan asli  $a$  dan  $b$  maka terdapat bilangan asli  $R(a, b)$  sedemikian hingga jika sisi-sisi dari graf lengkap dengan  $R(a, b)$  titik diwarnai merah dan biru senantiasa memuat  $K_a$  merah atau  $K_b$  biru. Pada perkembangan selanjutnya studi bilangan Ramsey ini tidak hanya terbatas pada graf lengkap saja tetapi juga telah diperumum untuk jenis graf lainnya seperti graf lingkaran  $C_n$ , graf roda  $W_n$ , graf lintasan  $P_n$ , kombinasi graf roda dan lingkaran, dan lain-lain.

V.Chvatal dan F.Harary (1972) memberikan batas bawah dari  $R(G, H)$ , yaitu  $R(G, H) \geq (\chi(G) - 1) (n(H) - 1) + 1$ , dengan  $\chi(G)$  bilangan kromatik dari graf  $H$ , juga ditunjukkan  $R(T_n, K_m) = (n - 1)(m - 1) + 1$ . Hendry memberikan  $R(W_3, W_5) = 19$ . S.A.Burr dan P.Erdos memberikan  $R(C_3, W_m) = 2m + 1$ , untuk  $m \geq 5$ . Kemudian, Surahmat dan E.T.Baskoro memberikan  $R(P_n, W_4) = 2n - 1, n \geq 3$ ,  $R(S_n, W_5) = 3n - 2, n \geq 3$  [1].

## 1.2 Perumusan Masalah

Diberikan dua graf  $G$  dan  $H$ . Tentukan bilangan asli terkecil  $r(G, H) = n$  sedemikian sehingga untuk setiap sebarang dua pewarnaan sisi-sisi dari graf lengkap  $K_n$  senantiasa memuat subgraf monokromatik  $G$  dan  $H$ .

## 1.3 Pembatasan Masalah

Dalam tulisan ini, penentuan masalah bilangan asli terkecil pada perumusan masalah hanya dibatasi untuk kombinasi  $G = 2K_2$  dan  $H = F$  untuk sebarang graf. Jadi, akan ditentukan nilai eksak dari bilangan Ramsey  $r(2K_2, F)$ .

## 1.4 Tujuan Penulisan

Dari latar belakang permasalahan yang telah diuraikan di atas, tujuan dari penulisan ini adalah menentukan nilai eksak bilangan Ramsey dari kombinasi graf  $2K_2$  dengan graf sebarang  $F$ . Jadi,  $F$  bisa berupa graf lengkap dan bisa juga berupa graf tak lengkap, asalkan  $F$  tidak memuat titik yang terisolasi.

## 1.5 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan ini terdiri dari empat bab. Bab I merupakan bab pendahuluan yang berisi tentang latar belakang, perumusan masalah, pembatasan masalah, tujuan penulisan dan sistematika penulisan. Landasan teori terdapat pada Bab II yang berisikan definisi-definisi, terminologi-terminologi, dan teorema-teorema untuk mendukung pada pembahasan selanjutnya. Pada Bab III disajikan hasil utama tulisan ini yang merupakan pembahasan dari penyelesaian permasalahan. Selanjutnya, diberikan kesimpulan dan saran yang ditulis dalam Bab IV yang merupakan bagian penutup dari penulisan tugas akhir ini.

## BAB IV

### PENUTUP

#### 4.1 Kesimpulan

Dari kajian bilangan Ramsey untuk kombinasi graf  $2K_2$  dengan graf sebarang  $F$  yang tidak memuat titik terisolasi, diperoleh nilai eksak bilangan Ramsey  $r(2K_2, F) = p(F) + 2$  untuk  $F$  merupakan graf lengkap, dan  $r(2K_2, F) = p(F) + 1$  untuk graf  $F$  yang bukan merupakan graf lengkap.

#### 4.2 Saran

Penulis menyarankan untuk dapat dilakukan kajian dari bilangan Ramsey untuk kombinasi suatu graf lain berorde yang lebih besar.

## DAFTAR PUSTAKA

- [1] Baskoro, E.T. 2007. *Mengenalkan Indonesia pada Teori Graf. Pidato Ilmiah Guru Besar ITB*. Tidak diterbitkan.
- [2] Chvatal, V. and F. Harary. 1972. Generalized Ramsey Theory for Graph, III. Small off-diagonal numbers. *Pac. J. Math.* **41**: 335-34
- [3] Harary, F. 1969. *Graph Theory*. Addison-Wesley, Reading, Massachusetts.
- [4] Hasmawati. 2004. *Bilangan Ramsey untuk Graf Bintang Terhadap Graf Roda. Tesis-S2*. Tidak diterbitkan.
- [5] Susanti, I. 2007. Bilangan Ramsey  $r(m, n)$  dengan  $m = 3$  dan  $3 \leq n \leq 5$ . *Skripsi S-1*, tidak diterbitkan.
- [6] Yusheng Li and C. Rousseau. 1996. Fan-Complete Graph Ramsey Numbers. *J. Graph Theory.* **23**: 413-420.