

**MEMBANGUN MODEL DARI SEJUMLAH TITIK DATA  
DENGAN MENGGUNAKAN SOLUSI KUADRAT TERKECIL**

SKRIPSI SARJANA MATEMATIKA



OLEH :

**RIMA MESLITA**

05 134 001



**JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS ANDALAS**

**PADANG  
2009**



## ABSTRAK

Dalam membangun sebuah model dari sejumlah data digunakan Solusi Kuadrat Terkecil (*Least Squares Solution*). Solusi kuadrat terkecil ini digunakan untuk menentukan parameter-parameter dari model atau persamaan tersebut. Dalam hal ini akan ditentukan parameter-parameter untuk persamaan linier dan persamaan kuadratik. Terlebih dahulu persamaan-persamaan dari setiap titik data tersebut diubah ke dalam bentuk matriks  $A\bar{x} = \bar{b}$  dengan  $A$  berukuran  $m \times n$  dan  $m > n$ . Solusi kuadrat terkecil ini digunakan jika kolom-kolom dari  $A$  bebas linier dan pada persamaan normalnya  $A^T A\bar{x} = A^T \bar{b}$  dengan  $A^T A$  dapat dibalik sehingga  $\bar{x} = (A^T A)^{-1} A^T \bar{b}$  merupakan penyelesaian tunggal dari  $A\bar{x} = \bar{b}$ . Model-model yang telah dibangun dengan menggunakan solusi kuadrat terkecil tersebut dapat ditentukan model yang terbaik untuk data dengan menggunakan nilai Koefisien Determinasi sehingga diperoleh model kuadratilah yang merupakan model terbaik.

**Kata Kunci** : solusi kuadrat terkecil, model linier, model kuadratik, koefisien determinasi

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Di dalam pemodelan matematika, seorang pemodel sering melakukan pencocokan model terhadap sejumlah data. Ada tiga hal yang dapat dilakukan saat seorang pemodel ingin menganalisa sekumpulan titik data yaitu mencocokkan sebuah model atau model-model yang dipilih dengan sejumlah data, memilih model yang paling cocok diantara model-model yang dicocokkan dengan sejumlah data tersebut, dan membuat peramalan atau menduga sebuah model umum yang cocok dengan sejumlah data tersebut. Untuk lebih mudah menganalisa sekumpulan titik data tersebut, si pemodel terlebih dahulu dapat melakukan pemplotan terhadap sejumlah data tersebut. Dari hasil pemplotan data tersebut si pemodel dapat memperkirakan model umum dari data tersebut.[6]

Ada beberapa cara yang dapat dilakukan dalam membangun sebuah model dari sejumlah data. Salah satunya adalah Solusi Kuadrat Terkecil (*Least Squares Solution*). Solusi kuadrat terkecil ini dapat digunakan untuk menentukan parameter-parameter dari model atau persamaan tersebut. Dalam hal ini akan ditentukan parameter-parameter untuk persamaan linier dan persamaan kuadratik. Terlebih dahulu persamaan-persamaan dari setiap titik data tersebut diubah ke dalam bentuk matriks  $A\bar{x} = \bar{b}$  dengan  $A$  berukuran  $m \times n$  dan  $m > n$ . Solusi kuadrat terkecil ini mempunyai keunikan, yaitu dapat digunakan jika kolom-kolom dari  $A$  bebas linier dan pada persamaan normalnya  $A^T A\bar{x} = A^T \bar{b}$  dengan

$A^T A$  dapat dibalik sehingga  $\bar{x} = (A^T A)^{-1} A^T \bar{b}$  merupakan penyelesaian tunggal dan solusi kuadrat terkecil yang tunggal dari  $A\bar{X} = \bar{b}$ . [8]

Selanjutnya, diantara model-model yang telah dibangun dengan menggunakan solusi kuadrat terkecil tersebut dapat dipilih model yang terbaik untuk data dengan menggunakan nilai Koefisien Determinasi.

## 1.2 Perumusan Masalah

Rumusan masalah pada tulisan ini adalah bagaimana membangun sebuah model dengan menggunakan Solusi Kuadrat Terkecil dan menentukan model yang terbaik diantara model yang telah dipilih tersebut.

## 1.3 Pembatasan Masalah

Dalam menyelesaikan tulisan ini, ruang lingkup permasalahan yang dibahas, yaitu hanyalah model linier dan model kuadratik.

## 1.4 Tujuan Penulisan

Tujuan dari tulisan ini sebagai berikut :

1. Membangun model yang cocok dari sejumlah titik data yang diberikan dengan menggunakan Solusi Kuadrat Terkecil.
2. Menentukan model yang terbaik diantara model yang telah dipilih tersebut.

## 1.5 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan tugas akhir ini adalah sebagai berikut :

## BAB IV

### KESIMPULAN

Berdasarkan pembahasan dari BAB III, dapat diperoleh kesimpulan yaitu :

1. Solusi Kuadrat Terkecil digunakan untuk memperoleh model linier dan model kuadratik dari sejumlah data yang diketahui.
2. Nilai koefisien determinasi persamaan linier  $y_{prediksi} = 0,4185 + 1,3849x$  adalah  $R^2 = 0,9337139232$  sedangkan nilai koefisien determinasi persamaan kuadratik  $y_{prediksi} = 1,0643 + 0,3559x + 0,2503x^2$  adalah  $R^2 = 0,9603552173$ .

## DAFTAR PUSTAKA

- [ 1 ] Anton, H. 1987. *Aljabar Linier Elementer*. Erlangga, Jakarta
- [ 2 ] Anton, H and Rorres, C. 2004. *Aljabar Linier Elementer, Versi Aplikasi, Edisi Kedelapan, Jilid 1*. Erlangga, Jakarta
- [ 3 ] Anton, H and Rorres, C. 2004. *Aljabar Linier Elementer, Versi Aplikasi, Edisi Kedelapan, Jilid 2*. Erlangga, Jakarta
- [ 4 ] Campbell, H. G. 1980. *Linier Algebra With Application, Second Edition*. Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey
- [ 5 ] Choiron, Agus. M. *Bab V Curve Fitting*. [www.01bab5-anum.pdf](http://www.01bab5-anum.pdf)
- [ 6 ] Giordano, Frank. R. 2003. *A First Course In Mathematical Modelling*. Thomson Brooks : Cole, Singapura.
- [ 7 ] Jacob, B. 1990. *Linear Algebra*. W. H. Freeman and Company, New York.
- [ 8 ] JR, Frank Ayres PhD. 1974. *Matriks (Versi Si/ Metrik)*. Erlangga, Jakarta
- [ 9 ] Leon, J. S. 2001. *Aljabar Linear dan Aplikasinya, Edisi Lima*. Erlangga, Jakarta
- [10] Ryan, T. P. 1997. *Modern Regression Methods*. John Wiley and Sons, Inc. New York
- [11] Silaban, P. 1987. *Penerapan Aljabar Linier*. Erlangga, Jakarta

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Di dalam pemodelan matematika, seorang pemodel sering melakukan pencocokan model terhadap sejumlah data. Ada tiga hal yang dapat dilakukan saat seorang pemodel ingin menganalisa sekumpulan titik data yaitu mencocokkan sebuah model atau model-model yang dipilih dengan sejumlah data, memilih model yang paling cocok diantara model-model yang dicocokkan dengan sejumlah data tersebut, dan membuat peramalan atau menduga sebuah model umum yang cocok dengan sejumlah data tersebut. Untuk lebih mudah menganalisa sekumpulan titik data tersebut, si pemodel terlebih dahulu dapat melakukan pemplotan terhadap sejumlah data tersebut. Dari hasil pemplotan data tersebut si pemodel dapat memperkirakan model umum dari data tersebut.[6]

Ada beberapa cara yang dapat dilakukan dalam membangun sebuah model dari sejumlah data. Salah satunya adalah Solusi Kuadrat Terkecil (*Least Squares Solution*). Solusi kuadrat terkecil ini dapat digunakan untuk menentukan parameter-parameter dari model atau persamaan tersebut. Dalam hal ini akan ditentukan parameter-parameter untuk persamaan linier dan persamaan kuadratik. Terlebih dahulu persamaan-persamaan dari setiap titik data tersebut diubah ke dalam bentuk matriks  $A\bar{x} = \bar{b}$  dengan  $A$  berukuran  $m \times n$  dan  $m > n$ . Solusi kuadrat terkecil ini mempunyai keunikan, yaitu dapat digunakan jika kolom-kolom dari  $A$  bebas linier dan pada persamaan normalnya  $A^T A\bar{x} = A^T \bar{b}$  dengan

$A^T A$  dapat dibalik sehingga  $\bar{x} = (A^T A)^{-1} A^T \bar{b}$  merupakan penyelesaian tunggal dan solusi kuadrat terkecil yang tunggal dari  $A\bar{X} = \bar{b}$ . [8]

Selanjutnya, diantara model-model yang telah dibangun dengan menggunakan solusi kuadrat terkecil tersebut dapat dipilih model yang terbaik untuk data dengan menggunakan nilai Koefisien Determinasi.

## 1.2 Perumusan Masalah

Rumusan masalah pada tulisan ini adalah bagaimana membangun sebuah model dengan menggunakan Solusi Kuadrat Terkecil dan menentukan model yang terbaik diantara model yang telah dipilih tersebut.

## 1.3 Pembatasan Masalah

Dalam menyelesaikan tulisan ini, ruang lingkup permasalahan yang dibahas, yaitu hanyalah model linier dan model kuadratik.

## 1.4 Tujuan Penulisan

Tujuan dari tulisan ini sebagai berikut :

1. Membangun model yang cocok dari sejumlah titik data yang diberikan dengan menggunakan Solusi Kuadrat Terkecil.
2. Menentukan model yang terbaik diantara model yang telah dipilih tersebut.

## 1.5 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan tugas akhir ini adalah sebagai berikut :



## BAB IV KESIMPULAN

Berdasarkan pembahasan dari BAB III, dapat diperoleh kesimpulan yaitu :

1. Solusi Kuadrat Terkecil digunakan untuk memperoleh model linier dan model kuadratik dari sejumlah data yang diketahui.
2. Nilai koefisien determinasi persamaan linier  $y_{prediksi} = 0,4185 + 1,3849x$  adalah  $R^2 = 0,9337139232$  sedangkan nilai koefisien determinasi persamaan kuadratik  $y_{prediksi} = 1,0643 + 0,3559x + 0,2503x^2$  adalah  $R^2 = 0,9603552173$ .

## DAFTAR PUSTAKA

- [ 1 ] Anton, H. 1987. *Aljabar Linier Elementer*. Erlangga, Jakarta
- [ 2 ] Anton, H and Rorres, C. 2004. *Aljabar Linier Elementer, Versi Aplikasi, Edisi Kedelapan, Jilid 1*. Erlangga, Jakarta
- [ 3 ] Anton, H and Rorres, C. 2004. *Aljabar Linier Elementer, Versi Aplikasi, Edisi Kedelapan, Jilid 2*. Erlangga, Jakarta
- [ 4 ] Campbell, H. G. 1980. *Linier Algebra With Application, Second Edition*. Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey
- [ 5 ] Choiron, Agus. M. *Bab V Curve Fitting*. [www.01bab5-anum.pdf](http://www.01bab5-anum.pdf)
- [ 6 ] Giordano, Frank. R. 2003. *A First Course In Mathematical Modelling*. Thomson Brooks : Cole, Singapura.
- [ 7 ] Jacob, B. 1990. *Linear Algebra*. W. H. Freeman and Company, New York.
- [ 8 ] JR, Frank Ayres PhD. 1974. *Matriks (Versi Si/ Metrik)*. Erlangga, Jakarta
- [ 9 ] Leon, J. S. 2001. *Aljabar Linear dan Aplikasinya, Edisi Lima*. Erlangga, Jakarta
- [10] Ryan, T. P. 1997. *Modern Regression Methods*. John Wiley and Sons, Inc. New York
- [11] Silaban, P. 1987. *Penerapan Aljabar Linier*. Erlangga, Jakarta