KESTABILAN ASIMTOTIK SISTEM PERSAMAAN DIFERENSIAL LINIER MANDIRI ORDE SATU

SKRIPSI SARJANA MATEMATIKA

Oleh

FITRI ANITA
05134005

DEPARTEMEN PEN... UNIVERSITA... UPT PERPUSTAKAAN

JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS ANDALAS

PADANG

2010

ABSTRAK

Dalam tulisan ini dibahas kestabilan asimtotik sistem persamaan diferensial linier mandiri orde satu. Suatu sistem persamaan diferensial linier mandiri orde satu sebagai berikut:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t),\ t \in I \in \Re$$

dengan $\mathbf{x}(t) \in \Re^2$ dan $A \in \Re^{2x2}$, akan stabil asimtotik jika dan hanya semua nilai eigen matriks A mempunyai bagian riil negatif.

Kata kunci : *persamaan diferensial linier mandiri, nilai eigen, stabil asimtotik.*

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Penulisan

Berbagai macam fenomena alam selalu dapat dimodelkan sebagai suatu persamaan diferensial, baik itu dalam bentuk linier maupun non linier. Akan tetapi, model yang baik tentu saja model yang dapat menggambarkan keadaan dunia nyata yang sebenarnya.

Suatu sistem persamaan diferensial linier orde satu adalah suatu persamaan yang berbentuk sebagai berikut:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = A(t)\mathbf{x}(t),\ t \in I \subseteq \Re \tag{1.1.1}$$

dengan $\mathbf{x}(t) \in \Re^n$ dan $A(t)$ adalah matriks $n x n$ yang unsur – unsurnya bergantung pada t. Jika setiap unsur dari matriks $A(t)$ bernilai konstan atau tidak bergantung pada t , maka sistem (1.1.1) dikatakan sistem persamaan diferensial linier mandiri orde satu.

Dalam mempelajari model yang berbentuk persamaan diferensial, masalah kestabilan merupakan hal mendasar yang perlu diselidiki. Kestabilan asimtotik sistem (1.1.1) dapat dimaknai sebagai solusi $\mathbf{x}(t)$ dari sistem (1.1.1) yang pada mulanya cukup dekat dari suatu titik tetap, maka dengan berlalunya waktu, solusi $\mathbf{x}(t)$ tersebut akan lebih dekat lagi dari titik tetap tersebut.

Dalam skripsi ini, akan dibahas kestabilan asimtotik sistem persamaan diferensial linier mandiri orde satu, khususnya di $\Re^2$.

1.2 Perumusan Masalah

Diberikan suatu sistem persamaan diferensial linier mandiri orde satu sebagai berikut:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = A\,\mathbf{x}(t),\ t \in I \subseteq \Re, \tag{1.2.1}$$

dengan $\mathbf{x}(t) \in \Re^2$ dan $A \in \Re^{2\times 2}$. Dalam bentuk lain, sistem (1.2.1) dapat ditulis sebagai berikut:

$$\dot{x}_1 = f_1(x_1, x_2)$$

$$\dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2)$$

Masalah yang akan dibahas adalah apakah syarat cukup dan perlu agar sistem (1.2.1) stabil asimtotik.

1.3 Pembatasan Masalah

Untuk memudahkan pembahasan, maka dalam skripsi ini permasalahan dibatasi untuk matriks A yang non singular, yakni $\det(A) \neq 0$.

BAB IV

KESIMPULAN

Syarat cukup dan perlu agar suatu sistem persamaan diferensial linier mandiri orde satu

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = A\,\mathbf{x}(t)\,,\ t \in I \subseteq \Re\,,$$

dengan $\mathbf{x}(t) \in \Re^2$ dan $A \in \Re^{2 \times 2}$, stabil asimtotik adalah semua nilai eigen matriks A mempunyai bagian riil negatif.

DAFTAR KEPUSTAKAAN

[1] Arrowsmith,D. K. and C. M. Place. *Ordinary Differential Equations.* Chapinan and Hall. London.

[2] Boyce, W. E. and Diprima, R. C. 1986. *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems.* 5th.ed John Wiley and Sons,Inc. Singapore.

[3] Brauer, F. and Nohel, J. A. 1967. *Ordinary differential Equations.* W. A. Benjamin, Inc. New York.

[4] Cullen, C. G. 1978. *Linear algebra and Differential equations.* 2th.ed PWS Kent. Boston

[5] Farlow, S. J. 1994. *An Introduction to Differential Equations and Their Applications.* Mc Graw Hill. United State of America

[6] Ladas, F. and Santoso,W. 1988. *Persamaan Diferensial Biasa dengan Penerapan Modern.* Erlangga. Jakarta.

[7] Perko, L. 1996. *Differential Equations and Dinamic Systems.* Springer – Verlag. New York.