

**KEKONTINUAN FUNGSI ISOMETRI DAN FUNGSI INVERSNYA
DALAM RUANG METRIK**

SKRIPSI SARJANA MATEMATIKA

Oleh:

SHELVI EKARIANI

06134012



**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS ANDALAS
PADANG
2010**

ABSTRAK

Misalkan X, Y adalah himpunan sebarang, d adalah metrik pada himpunan X dan ρ adalah metrik pada himpunan Y . Maka (X, d) dan (Y, ρ) adalah ruang metrik. Fungsi $f: X \rightarrow Y$ dikatakan *isometri* jika f satu-satu, pada dan memenuhi :

$$d(x, y) = \rho(f(x), f(y)), \forall x, y \in X$$

Pada tulisan ini dibuktikan jika fungsi $f: X \rightarrow Y$ isometri, maka fungsi $f: X \rightarrow Y$ kontinu pada X dan fungsi $f^{-1}: Y \rightarrow X$ kontinu pada Y .

Kata kunci : *isometri, fungsi kontinu, metrik, ruang metrik.*

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Ruang metrik merupakan bagian dari ruang topologi. Ruang metrik diperkenalkan pertama kali pada tahun 1906 oleh *Maurice Fréchet* (1878 – 1973). Banyak fungsi yang dapat didefinisikan pada ruang metrik, salah satunya adalah fungsi isometri. Misalkan (X, d) dan (Y, ρ) adalah ruang metrik, suatu fungsi dikatakan isometri jika terdapat fungsi $f: X \rightarrow Y$ yang satu-satu dan pada, dimana jarak didefinisikan sebagai:

$$d(x, y) = \rho(f(x), f(y))$$

untuk setiap $x, y \in X$. [4]

Banyak hal yang dapat dikaji di dalam ruang metrik. Salah satunya adalah kekontinuan suatu fungsi. Secara umum, kekontinuan fungsi pada ruang metrik sama dengan kekontinuan suatu fungsi pada himpunan bilangan riil, hanya saja domain dan kodomainnya didefinisikan sebagai ruang metrik.

1.2 Permasalahan

Permasalahan yang akan dibahas dalam penulisan skripsi ini adalah bagaimana membuktikan kekontinuan suatu fungsi dalam ruang metrik.

1.3 Pembatasan Masalah

Pada tugas akhir ini, permasalahan dibatasi pada fungsi isometri dan fungsi inversnya.

1.4 Tujuan

Adapun tujuan penulisan ini adalah untuk menunjukkan kekontinuan fungsi isometri dan fungsi inversnya di ruang metrik.

1.5 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan yang digunakan dalam tugas akhir ini adalah sebagai berikut: Bab I: Pendahuluan, berisi: latar belakang, permasalahan, pembatasan masalah, tujuan, dan sistematika penulisan tugas akhir. Bab II: Landasan Teori, berisi: uraian mengenai teori-teori yang menjadi dasar perhitungan untuk membahas bab-bab selanjutnya. Bab III: Pembahasan, berisi: hasil dan pembahasan tentang kekontinuan fungsi isometri dan fungsi inversnya dalam ruang metrik. Bab IV: Kesimpulan, berisi: kesimpulan-kesimpulan yang berhubungan dengan isi pembahasan.

BAB IV

KESIMPULAN

Berdasarkan pembahasan pada bab sebelumnya, maka dapat disimpulkan bahwa:

1. Ruang metrik (X, d) *isometrik* dengan ruang metrik (Y, ρ) , jika terdapat fungsi $f: X \rightarrow Y$ yang satu-satu dan pada yang memenuhi:

$$d(x, y) = \rho(f(x), f(y)), \forall x, y \in X$$

2. Misalkan (X, d) dan (Y, ρ) adalah ruang metrik. Fungsi $f: X \rightarrow Y$ kontinu pada titik $a \in X$ jika dan hanya jika untuk setiap $B_\epsilon(f(a))$ terdapat $B_\delta(a)$ sedemikian sehingga:

$$f(B_\delta(a)) \subseteq B_\epsilon(f(a))$$

Fungsi f kontinu pada X jika f kontinu di setiap titik pada X .

Jika $f: X \rightarrow Y$ isometri, dengan menggunakan teorema kekontinuan di atas maka f kontinu pada X dan f^{-1} kontinu pada Y .

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Bartle, R.G., D.R. Sherbert. 1994. *Introduction to Real Analysis. Second Edition*. John Willey & Sons, Singapore
- [2] Lipschutz, S. 1965. *Theory and Problems of General Topology*. McGraw Hill Book Company, New York
- [3] Milewski, E.G. 1994. *Problem Solvers Topology*. Research and Education Association, New Jersey
- [4] Patty, C.W. 1993. *Foundations of Topology*. Publishing Company, United States of America
- [5] Royden, H.L. 1988. *Real Analysis. Third edition*. Prentice-Hall Canada, Toronto
- [6] Ruckle, W.H. 1991. *Modern Analysis*. PWS-KENT Publishing Company, Boston
- [7] Rudin, W. 1976. *Principles of Mathematical Analysis. Third Edition*. McGraw Hill International Book Company, London
- [8] Schroder, B.S.W. 2008. *Mathematical Analysis : a Concise Introduction*. John Willey & Sons, New Jersey
- [9] Sieradski, A.J. 1992. *An Introduction to Topology and Homotopy*. PWS-KENT Publishing Company, Boston