PENYELESAIAN MASALAH NILAI BATAS PERSAMAAN DIFERENSIAL BIASA ORDE DUA DENGAN METODE BEDA HINGGA

SKRIPSI SARJANA MATEMATIKA

Oleh

NURFITRIANI
05134017

DEPARTEMEN PENDIDIKAN NASIONAL
UNIVERSITAS ANDALAS
UPT PERPUSTAKAAN

JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS ANDALAS

PADANG

2009

ABSTRAK

Dalam skripsi ini akan dibahas penyelesaian masalah nilai batas persamaan diferensial biasa orde dua dengan menggunakan metode beda hingga. Metode ini menggunakan persamaan diferensial yang kemudian digantikan dengan persamaan beda hingga yang diperoleh dengan menggantikan turunannya dengan hasil bagi beda pusat. Persamaan beda hingga yang diperoleh:

$$\left(\frac{-h}{2}p_j - 1\right)x_{j-1} + \left(2 + h^2 q_j\right)x_j + \left(\frac{h}{2}p_j - 1\right)x_{j+1} = -h^2 r_j$$

untuk $j = 1,2,\ldots,N-1$, dimana $x_0 = \alpha$ dan $x_N = \beta$.

Kata **Kunci** : *masalah nilai batas, persamaan diferensial, metode beda hingga.*

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Perhatikan Masalah Nilai Batas (MNB) persamaan diferensial biasa orde dua berikut ini:

$$x'' = f(t, x, x') \text{ untuk } a \leq t \leq b$$

$$x(a) = \alpha \quad \text{dan } x(b) = \beta \tag{1.1.1}$$

Secara umum ada dua cara untuk menyelesaikan MNB diatas, yaitu metode analitik dan metode numerik. Metode analitik akan memberikan solusi eksak, sedangkan metode numerik akan memberikan solusi hampiran. Dalam beberapa kasus, kadang-kadang metode analitik tidak mudah untuk digunakan. Oleh karena itu metode numerik menjadi salah satu alternatif dalam mendapatkan penyelesaiannya.

Ada beberapa metode numerik yang dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah di atas, antara lain metode tembakan *(shooting method)*, metode elemen hingga *(finite element method)*, dan metode selisih (beda) hingga *(finite difference method)*.

Metode tembakan *(shooting method)* ini bekerja dengan cara mereduksi masalah nilai batas menjadi masalah nilai awal. Metode tembakan sangat bergantung pada pemilihan nilai *slope* awal yang nyata-nyata tidak diketahui nilainya. Metode tembakan akan sukses pemakaiannya bila pemilihan *slope* awal yang dipilih sangat mirip dengan *slope* yang sebenarnya [2].

Metode element hingga *(finite element method)* adalah metode modern untuk menyelesaikan masalah nilai batas, dan merupakan gabungan dari metode Rayleigh-ritz, Collocation, dan metode Galerkin [2].

Metode beda hingga *(finite difference method)* merupakan metode yang sederhana dan mudah digunakan. Dengan metode ini, persamaan diferensial digantikan dengan persamaan beda hingga yang diperoleh dengan menggantikan turunannya dengan hasil bagi beda pusat. Metode ini menggunakan matrik tridiagonal sehingga lebih cepat untuk menyelesaikan persamaan ini dan juga memungkinkan menggunakan banyak persamaan karena hanya menggunakan variabel x_{i-1}, x_i, x_{i+1} [2].

1.2 Perumusan Masalah

Secara khusus, perhatikan masalah nilai batas persamaan diferensial biasa orde dua pada persamaan (1.1.1), sebagai berikut:

$$x'' = p(t)x' + q(t)x + r(t) \quad , a \leq t \leq b$$

$$x(a) = \alpha, \quad x(b) = \beta \tag{1.2.1}$$

dengan $p(t) \neq 0$, $p(t), q(t)$ dan $r(t)$ merupakan fungsi yang kontinu dalam selang $a \leq t \leq b$.

Permasalahan yang dibahas dalam penelitian ini adalah bagaimana menyelesaikan masalah nilai batas persamaan diferensial biasa orde dua dengan menggunakan metode beda hingga (*finite difference method*).

BAB IV

KESIMPULAN

Berdasarkan contoh persoalan yang diberikan pada Bab III, nilai aproksimasi untuk solusi hampir mendekati nilai eksak. Ini ditunjukkan oleh adanya error yang relatif kecil. Fakta ini memperlihatkan bahwa metode beda hingga merupakan salah satu metode aproksimasi yang cukup baik dalam menyelesaikan masalah nilai batas persamaan diferensial biasa orde dua.

DAFTAR KEPUSTAKAAN

[1] Away, G.A. 2006. *The Shortcut Of Matlab Programming*. Informatika, Bandung.

[2] Gerald, C.F. dan Wheatly, P.O. 1994. *Applied Numerical Analysis*. Addison-Wesley Publishing Company, California.

[3] Hoffman, J.D. 2001. *Numerical Methods For Engineers And Scientist*. Marcel Dekker Inc, New York.

[4] Mathews, J.H. 1992. *Numerical Methods For Mathematics, Science, And Engginering*. Prentice Hall.Englewood Cliffs, New Jersey.

[5] Mathews, J.H. dan Fink, D.F. 1999. *Numerical Methods Using Matlab*. Prentice Hall.Upper Saddle River, New York.

[6] Qouarteruni, A. Sacco, R. dan Saleri, F. 2000. *Numerical Mathematics*. Springer-Veilag, New York.