

**DIAGONALISASI MATRIKS SIMETRI
DAN PENERAPANNYA PADA PERSAMAAN KUADRAT**

SKRIPSI SARJANA MATEMATIKA

Oleh

MUHAJIRAH RAHMI ARRUMI

05134048



**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**

UNIVERSITAS ANDALAS

PADANG

2010

ABSTRAK

Diagonalisasi matriks simetri adalah mengenai penentuan matriks pendagonal dengan kolom-kolomnya saling ortogonal, serta penentuan matriks diagonalnya. Salah satu tahap terpenting dari diagonalisasi ini adalah proses Gramm-Schmidt. Hasil yang diperoleh dari diagonalisasi matriks simetri dapat diterapkan untuk menentukan bentuk irisan kerucut dari persamaan irisan kerucut berupa persamaan kuadrat dengan bentuk

$$ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0$$

dengan a, b, c, \dots, f adalah bilangan riil, dan setidaknya satu diantara bilangan-bilangan a, b, c bukan nol. Bentuk irisan kerucut yang diperoleh adalah berupa elips, lingkaran, parabola, atau hiperbola.

Kata kunci : *metode Gramm-Schmidt, diagonalisasi matriks, bentuk kuadrat*

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Jika diketahui suatu persamaan kuadrat dengan bentuk :

$$ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0 \dots\dots\dots(1.1)$$

dengan a, b, c, \dots, f adalah bilangan riil, dan setidaknya satu diantara bilangan-bilangan a, b, c bukan nol, maka grafik persamaan kuadrat dalam variabel x dan y merupakan sebuah irisan kerucut (*konik*). Bentuk dari irisan kerucut terbagi atas dua, yaitu irisan kerucut *nondegeneratif* berupa elips, lingkaran, hiperbola dan parabola, dan irisan kerucut *degeneratif* berupa sebuah titik, sebuah garis dan sepasang garis.

Untuk memperoleh bentuk persamaan irisan kerucut dari persamaan (1.1), diagonalisasi matriks simetri akan sangat berperan penting. Diagonalisasi matriks simetri adalah mengenai penentuan matriks pendagonal P yang ortogonal dan matriks diagonal D .

1.2 Perumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang diatas, maka pada tugas akhir ini akan dibahas diagonalisasi matriks simetri, serta penerapannya pada persamaan kuadrat.

1.3 Pembatasan Masalah

Tugas akhir ini dibatasi pada diagonalisasi matriks simetri dengan entri-entrinya berupa bilangan riil, serta penerapannya pada persamaan kuadrat untuk memperoleh bentuk irisan kerucut berupa irisan kerucut *nondegeneratif*.

1.4 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari tugas akhir ini adalah :

1. Mengetahui sifat yang berlaku pada diagonalisasi matriks simetri.
2. Menentukan matriks pendagonal dan matriks diagonal pada diagonalisasi matriks simetri.
3. Menerapkan diagonalisasi matriks simetri pada persamaan kuadrat untuk mengetahui bentuk irisan kerucut serta bentuk dari grafiknya

1.5 Sistematika Penulisan

Penulisan tugas akhir ini terdiri dari:

- BAB I : Pendahuluan. Bab ini berisi latar belakang, perumusan masalah, pembatasan masalah, tujuan penulisan, serta sistematika penulisan
- BAB II : Landasan Teori. Bab ini berisi teori-teori yang mendukung untuk pembahasan diagonalisasi matriks simetri.
- BAB III : Pembahasan. Bab ini membahas proses penentuan diagonalisasi matriks simetri beserta penerapannya
- BAB IV : Penutup. Bab ini berisi kesimpulan.

BAB IV

KESIMPULAN

Dari pembahasan bab sebelumnya dapat disimpulkan bahwa, jika diketahui A suatu matriks simetri maka :

1. Matriks A terdiagonalisasi secara ortogonal, yaitu $A = P^{-1}DP = P^TDP$.
2. Matriks pendagonal P diperoleh dari vektor eigen yang ortonormal. Sedangkan matriks diagonal D yang berisi nilai-nilai eigen matriks A pada diagonalnya sesuai dengan urutan kolom-kolom P , atau diperoleh dari $P^{-1}AP$ atau P^TAP .

Diagonalisasi ortogonal dapat digunakan untuk menemukan persamaan kuadrat dengan bentuk,

$$ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0$$

adalah sebuah irisan kerucut dengan bentuk terpentingnya berupa elips, lingkaran, hiperbola dan parabola.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Anton, Howard. 1987. *Aljabar Linier Elementer 5th edition*, Erlangga. Jakarta
- [2] Anton, Howard and Rorres, Chris. 2004. *Aljabar Linier Elementer versi aplikasi 2th edition*, Erlangga. Jakarta
- [3] Apostol, Tom M. 1997. *Linear Algebra : a First Course, with Applications to Differential Equations*, A Wiley-Interscience publication, Canada
- [4] Cullen, Charles G. 1992. *Aljabar Linier dengan Penerapannya*, Alih bahasa Bambang sumantri. Gramedia Pustaka Utama, Jakarta
- [5] Cullen, Charles G. 1991. *Linier Algebra and Differential Equations 2th edition*, PWS-KENT Publishing Company, Boston
- [6] Gantmacher, F.R. 2000. *The Theory of Matrices. Volume one*. Ams Chelsea Publishing. Providence Rhode Island
- [7] Hadley, G. 1983. *Aljabar Linier*. Alih bahasa Drs. Naipospos, Departemen P&K, Dra. Noenik Soemartoyo, Ketua Jurusan Matematika FIPIA Universitas Indonesia. Erlangga, Jakarta Pusat
- [8] Lay, David C. 2003. *Linier Algebra and Its Applications 3th edition*. Addison Wesley. University of Maryland-College Park
- [9] Lipschutz, Seymour and Lipson, Marc Lars. 2004. *Schaum's Easy Outlines Aljabar Linier*. Alih bahasa Ir. Julian Gressando, M.Sc. Erlangga, Jakarta
- [10] Noble, Ben and Daniel. J. W. 1988. *Applied Linier Algebra 3rd edition*. Prentice-Hall. New Jersey
- [11] Sibaroni, Yuliant. 2002. *Buku Ajar Aljabar Linier*. STT Telkom