

PENYELESAIAN PERSAMAAN DIFERENSIAL LINIER ORDE TIGA
DENGAN MENGGUNAKAN METODE RUNGE KUTTA ORDE EMPAT

BAHAN TUGAS AKHIR

Oleh:

ELFITA QOMARIA MOETWA
05 934 001



JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS ANDALAS
PADANG
2010

ABSTRAK

Dalam skripsi ini akan dibahas penyelesaian persamaan diferensial linier orde tiga dengan menggunakan metode Runge Kutta orde empat. Untuk menggunakan metode Runge Kutta dalam menyelesaikan persamaan diferensial linier orde tiga terlebih dahulu diubah menjadi sistem persamaan diferensial linier orde satu. Selanjutnya, metode Runge Kutta digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan diferensial linier orde satu ini. Beberapa contoh diberikan untuk mengilustrasikan penggunaan metode ini. Selain itu, untuk memudahkan penghitungan, suatu program computer berbahasa Matlab dikonstruksi.

Kata Kunci : *Deret Taylor, Sistem persamaan diferensial linier, Runge Kutta orde empat.*

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Persamaan diferensial biasa merupakan suatu persamaan yang memuat turunan biasa dari fungsi-fungsi yang tidak diketahui, baik turunan pertama maupun turunan orde lebih tinggi. Suatu persamaan diferensial biasa dikatakan linier jika fungsi tak diketahui atau turunan-turunannya berpangkat satu. Bentuk umum suatu persamaan diferensial linier orde n adalah sebagai berikut:

$$a_n(t)y^{(n)} + a_{n-1}(t)y^{(n-1)} + \cdots + a_1(t)y' + a_0(t)y = f(t) \quad (1.1)$$

Jika $f(t) = 0$, maka persamaan (1.1) dikatakan homogen.

Ketika berbicara mengenai persamaan diferensial, maka isu utama yang muncul dari suatu persamaan diferensial adalah bagaimana cara menyelesaikan persamaan diferensial tersebut. Secara umum, ada dua cara yang dapat dilakukan untuk mencari solusi penyelesaian suatu persamaan diferensial, yakni secara analitik dan secara numerik. Penyelesaian secara analitik adalah proses untuk mendapatkan penyelesaian eksak dari suatu persamaan diferensial, sedangkan penyelesaian secara numerik adalah suatu cara untuk mendapatkan solusi hampiran dari suatu persamaan diferensial. Biasanya penyelesaian numerik dilakukan jika penyelesaian analitik sulit didapatkan.

Hingga saat ini telah tersedia berbagai metode numerik untuk menyelesaikan suatu persamaan diferensial. Metode yang paling banyak digunakan diantaranya adalah metode Euler, metode Heun, metode Deret Taylor,

dan metode Runge Kutta. Metode Euler mempunyai ketelitian yang rendah karena galatnya besar. Metode Heun mempunyai ketelitian yang kurang baik karena jumlah komputasinya menjadi lebih banyak dibandingkan metode Euler. Sedangkan metode Deret Taylor semakin tinggi ordenya akan lebih teliti tetapi penghitungannya semakin sulit karena turunannya semakin rumit.

Metode Runge Kutta adalah alternatif lain dari metode Deret Taylor yang tidak membutuhkan penghitungan turunan. Metode Runge Kutta biasanya digunakan untuk menyelesaikan suatu persamaan diferensial biasa orde satu. Metode ini menghindari keperluan mencari turunan yang lebih tinggi dengan jalan mengevaluasi fungsi $f(t,x)$ pada titik terpilih dalam setiap selang langkah. Penyelesaian persamaan diferensial orde satu dapat diselesaikan dengan metode Runge Kutta orde satu, dua, tiga, dan juga empat. Metode Runge Kutta orde empat mempunyai tingkat ketelitian yang tinggi dibandingkan dengan metode orde satu, dua, dan tiga. Metode Runge Kutta orde empat seringkali disebut sebagai metode Runge Kutta klasik.

Pada tugas akhir ini akan diselesaikan persamaan diferensial linier orde tiga menggunakan metode Runge Kutta orde empat. Untuk menggunakan metode Runge Kutta orde empat terlebih dahulu persamaan diferensial linier orde tiga diubah menjadi sistem persamaan diferensial linier orde satu. Untuk mempermudah penghitungan, akan dikonstruksi suatu program berbahasa Matlab untuk mendapatkan penyelesaian persamaan diferensial linier orde tiga dengan menggunakan metode Runge Kutta orde empat.

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Persamaan diferensial linier orde tiga dapat diselesaikan secara numerik. Salah satu penyelesaiannya adalah dengan menggunakan metode Runge Kutta. Metode Runge Kutta dapat diturunkan dari deret Taylor tanpa memerlukan kalkulasi turunan yang lebih tinggi dengan jalan mengevaluasi $f(t, x)$ pada titik di setiap selang langkah. Dengan demikian didapatkan metode Runge Kutta orde empat yang bisa mempunyai lebih dari satu persamaan.

Penyelesaian pada persamaan diferensial linier orde tiga dengan metode Runge Kutta orde empat lebih mendekati nilai eksak. Metode ini baik digunakan untuk penyelesaian persamaan diferensial linier homogen orde tiga dengan koefisien konstan, persamaan diferensial linier tak homogen orde tiga, dan persamaan diferensial linier homogen orde tiga dengan koefisien variabel,

Untuk mempermudah penghitungan persamaan diferensial linier orde tiga tersebut maka penyelesaian dari metode Runge Kutta dapat dilakukan dengan program Matlab. Dengan demikian hasil penghitungan tersebut bisa didapat dengan lebih cepat, efisien, dan tingkat kesalahan yang kecil.

4.2 Saran

Diharapkan peneliti lain bisa melanjutkan membahas metode Runge Kutta orde lebih tinggi.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Bismo, S. Tanpa Tahun. *Solusi Persamaan Diferensial Biasa dengan Harga Awal dalam Pemodelan dan Model Matematis.*
- [2] Boyce, W.E and R.C. Diprima. 2001. *Elementary Diferensial Equation and Boundary Value Problems*. eight edition. John Wc, New York.
- [3] Chapra, S.C. dan Raymond P.C. 1991. *Metode Numerik untuk Teknik dengan Penerapan pada Komputer Pribadi*. UI Press, Jakarta
- [4] Finizio, N. dan G. Ladas. 1988. *Persamaan Diferensial Biasa dengan Penerapan Modern*. Erlangga, Jakarta
- [5] Jeffrey, A. 2002. *Advenced Engineering Mathematics University of Newcastle Upon Tyne*, United State of America.
- [6] Mathews, J.H. 1992. *Numerical Methods for Mathematics, Science, and Engineering*. Prentice-Hall, Inc, United States of America.
- [7] Munir, R. 2003. *Metode Numerik*. Informatika Bandung, Bandung.
- [8] Nakamura, S. 1991. *Applied Numerical Methods with Software*. Prentice Hall International.
- [9] Quarteruni, A and R. Sacco dan F. Saleri. 2000. *Numerical Mathematics*. Springer Verlag, New York.
- [10] Rahmawati. 2008. *Penyelesaian Persamaan Diferensial Biasa Menggunakan Metode Runge-Kutta dengan MATLAB 7*. Skripsi S-I Universitas Andalas. Tidak diterbitkan.
- [11] Sahid. 2005. *Pengantar Komputasi Numerik dengan MATLAB*. Penerbit Andi, Yogyakarta.