

DAERAH INTEGRAL TERURUT

SKRIPSI SARJANA

Oleh :

MEGA PRISTADEWI B.

05 134 038



JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS ANDALAS
PADANG
2010

ABSTRAK

Daerah integral adalah gelanggang komutatif yang tidak mempunyai pembagi nol. Misal D^+ adalah sub himpunan dari daerah integral D . D dikatakan daerah integral terurut (terurut oleh D^+), jika (i) D^+ tertutup terhadap penjumlahan dan perkalian, dan (ii) jika a anggota D , maka $a = 0$ atau a anggota D^+ atau $(-a)$ anggota D^+ . Pada skripsi dibahas tentang sifat-sifat daerah integral terurut tersebut. Beberapa sifat tersebut adalah : (i) jika $a < b$ dan $c > 0$, maka $ac < bc$, (ii) jika $a \neq 0$, maka $a^2 > 0$ dan (iii) jika $ab = c$, $a > 0$ dan $c > 0$, maka $b > 0$.

Kata kunci : *gelanggang komutatif, daerah integral, daerah integral terurut*

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Daerah integral adalah gelanggang komutatif yang tidak mempunyai pembagi nol, atau jika R gelanggang dan $\forall a, b \in R, ab = 0$ maka $a = 0$ atau $b = 0$. [5]

Contoh daerah integral adalah bilangan bulat \mathbb{Z} . Jika pada \mathbb{Z} diambil sebuah bilangan, misalkan a , maka a akan memenuhi salah satu dari 3 kemungkinan berikut ini :

- a) $a = 0$.
- b) Jika $a > 0$, maka $a \in \mathbb{Z}^+$.
- c) Jika $a < 0$, maka $(-a) \in \mathbb{Z}^+$.

Contoh daerah integral lainnya adalah gelanggang polinom $R[x]$ dengan R gelanggang. Misalkan:

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_mx^m$$

adalah polinom yang tak nol di $R[x]$. Namun demikian, tidak bisa diambil $f(x)$ yang memenuhi salah satu dari ketiga kemungkinan pada contoh bilangan \mathbb{Z} di atas, karena nilai x -nya tidak diketahui sehingga tidak bisa ditentukan sub himpunan positif dari polynomial $R[x]$ tersebut.

Berdasarkan penjelasan di atas, bilangan bulat \mathbb{Z} dikatakan daerah integral terurut sedangkan gelanggang polinom $R[x]$ bukan daerah integral terurut. Pada skripsi ini akan dibahas tentang sifat-sifat daerah integral terurut tersebut.

1.2 Perumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka permasalahan dalam penelitian ini adalah apa saja sifat-sifat daerah integral terurut.

1.3 Pembatasan Masalah

Pada tulisan ini Penulis membatasi permasalahan yang akan dibahas pada himpunan bilangan rasional \mathbb{Q} , himpunan bilangan bulat \mathbb{Z} dan himpunan bilangan $\mathbb{Z}(\sqrt{2})$.

1.4 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui sifat-sifat daerah integral terurut.

1.5 Sistematika Penulisan

Penulisan tugas akhir ini terdiri dari 4 bab. Bab I Pendahuluan, berisi latar belakang, perumusan masalah, pembatasan masalah, tujuan penulisan dan sistematika penulisan. Bab II Landasan Teori, berisi teori-teori berupa definisi dan teorema yang terkait dalam pembahasan. Bab III Pembahasan, berisi pembahasan tentang sifat-sifat daerah integral terurut. Bab IV Kesimpulan.

BAB IV

KESIMPULAN

Daerah integral D dikatakan terurut oleh D^+ (elemen positif dari D), jika D^+ tertutup terhadap penjumlahan dan perkalian, dan jika a elemen dari D maka $a = 0$ atau $a \in D^+$ atau $(-a) \in D^+$.

Adapun sifat-sifat dari daerah integral terurut adalah:

$\forall a, b \in D$, D daerah integral, maka:

- 1) Jika a negatif, maka $(-a)$ adalah positif.
- 2) Pernyataan $a < b$ berarti $b - a$ bernilai positif dan $b - a \in D^+$ dan begitu juga sebaliknya.
- 3) a positif jika $a > 0$ dan b negatif jika $b < 0$.
- 4) Jika $a < b$ dan $c > 0$, maka $ac < bc$.
- 5) Jika $a \neq 0$, maka $a^2 > 0$.
- 6) Jika a positif atau 0 , maka $|a| = a$. Jika a negatif, maka $|a|$ adalah elemen positif $(-a)$.
- 7) Jika $ab = c$ maka,
 - a) $c > 0$ untuk $a > 0$ dan $b > 0$.
 - b) $c > 0$ untuk $a < 0$ dan $b < 0$.
 - c) $c < 0$ untuk $a > 0$ dan $b < 0$.
- 8) Jika $ab = c$, $a > 0$ dan $c > 0$ maka $b > 0$.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Durbin, John R. 2000. *Modern Algebra. Fourth Edition.* John Wiley and Sons, New York
- [2] Ehrlich, Gertrude 1991. *Fundamental Concepts of Abstract Algebra.* PWS-Kent Publishing Company, Boston
- [3] Herstein, I.N. 1975. *Topics in Algebra. Second Edition.* John Wiley and Sons, New York
- [4] Hillman, Abraham B. 1993. *Abstract Algebra.* PWS Publishing Company, Boston
- [5] Khanna, Vinit K. And S.K. Bhambhani. 2001. *Elementary Abstract Algebra.* Anas Publishing House Pvt. Ltd. New Delhi
- [6] Spindler, Karlheinz. 1994. *Abstract Algebra with Applications.* Marcel Dekker, INC, New York