

**FAKTORISASI MATRIKS DENGAN MENGGUNAKAN
METODE DEKOMPOSISI NILAI SINGULAR**

SKRIPSI SARJANA MATEMATIKA

Oleh :

DEVINA AMELIA
NO.BP : 02 134 014



**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS ANDALAS**

PADANG

2006

ABSTRAK

Faktorisasi matriks dalam aljabar linier merupakan bentuk pemfaktoran matriks ke dalam beberapa matriks yang bersesuaian. Pada penulisan ini dibahas mengenai metode dekomposisi nilai singular (*singular value decomposition*) sebagai metode yang digunakan untuk memfaktorkan matriks berdasarkan nilai singular dan vektor singularnya. Kemudian disertai pula suatu contoh penerapan dalam penyederhanaan gambar digital berwarna (*compressing of color digital image*), dengan menggunakan *software* MATLAB 6.1.

Kata kunci : *faktorisasi, matriks, dekomposisi nilai singular, nilai singular, vektor singular*

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Dalam aljabar linier, gagasan tentang matriks dan aspek-aspek yang terkait didalamnya, merupakan salah satu contoh yang dibutuhkan dalam penerapan bidang matematika pada dunia nyata. Penggunaan matriks yang sering ditemui adalah teknik pemfaktoran matriks. Dalam hal ini, matriks difaktorkan menjadi beberapa matriks lain yang bersesuaian. Salah satu metode yang digunakan adalah metode dekomposisi nilai singular (DNS).

Metode DNS digunakan untuk memfaktorkan matriks berdasarkan nilai singular dan vektor singularnya. Satu matriks hasil faktor mengandung nilai singular, sementara matriks-matriks lain disusun oleh vektor-vektor singularnya. Matriks hasil faktor ini dapat memberikan informasi yang lebih mudah mengenai basis ortonormal, rank dan norm dari matriks awal.

Seiring dengan perkembangan teknologi dan informasi, metode DNS telah banyak dikembangkan dalam berbagai contoh penerapan. Salah satu contoh penerapannya adalah pada penyederhanaan gambar digital berwarna (*compressing of color digital image*). Suatu gambar digital terdiri dari sekumpulan titik-titik warna yang dapat dibaca sebagai sebuah matriks. Semakin banyak titik-titik warna yang digunakan untuk menampilkan sebuah gambar, semakin besar ukuran matriks yang terjadi. Besarnya ukuran matriks yang terjadi dan banyak kombinasi warna yang digunakan mempengaruhi jumlah kapasitas memori yang dibutuhkan untuk penyimpanan gambar. Sehubungan dengan hal itu, dengan menampilkan

matriks baru yang mampu menghasilkan visualisasi gambar yang tidak jauh berbeda dari gambar aslinya, maka metode DNS dapat digunakan untuk memperkecil kapasitas memori yang dibutuhkan untuk suatu gambar digital.

1.2 Perumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, jika diberikan suatu matriks berukuran sebarang, maka akan ditentukan nilai-nilai singular dan vektor-vektor singularnya. Nilai dan vektor singular ini nantinya akan disusun ke dalam matriks-matriks hasil pemfaktoran dengan menggunakan metode dekomposisi nilai singular. Sebagai tambahan, untuk lebih memperjelas pemakaian metode ini, maka pada tulisan ini juga akan dibahas mengenai salah satu contoh aplikasinya.

1.3 Pembatasan masalah

Penulisan ini dibatasi pada contoh aplikasi metode dekomposisi nilai singular dalam penyederhanaan gambar digital berwarna, dengan bantuan *software* MATLAB 6.1

1.4 Tujuan penulisan

Adapun tujuan dari penulisan ini adalah :

1. Menentukan faktorisasi matriks dengan menggunakan metode dekomposisi nilai singular.
2. Mengetahui penerapan metode dekomposisi nilai singular dalam penyederhanaan gambar digital berwarna.

BAB IV

KESIMPULAN

Metode dekomposisi nilai singular merupakan suatu metode yang digunakan untuk memfaktorkan matriks berdasarkan nilai singularnya. Jika diberikan suatu matriks A berukuran sebarang, maka dapat ditentukan nilai singular dan vektor-vektor singularnya. Nilai dan vektor-vektor singular ini digunakan untuk menyusun matriks-matriks hasil faktor. Bentuk umum metode ini adalah :

$$A = USV^T$$

dengan,

U : matriks ortogonal yang disusun oleh vektor-vektor singular kiri dari A

V : matriks ortogonal yang disusun oleh vektor-vektor singular kanan dari A

S : matriks yang berukuran sama dengan A , dan mengandung nilai-nilai singular dari A pada diagonal utamanya dan nol pada entri lainnya.

Langkah-langkah yang diperlukan untuk menyusun bentuk dekomposisi nilai singular dari suatu matriks A berukuran $p \times q$ adalah sebagai berikut :

1. Tentukan nilai eigen dari matriks $A^T A$ (jika $p > q$) atau nilai eigen dari AA^T (jika $p < q$).
2. Susun nilai-nilai eigen tersebut dalam urutan dari yang paling besar hingga yang paling kecil.
3. Tentukan nilai-nilai singular yang akan menyusun matriks S .

4. Bentuk basis ortonormal untuk ruang eigen yang berhubungan dengan nilai-nilai eigen dari $A^T A$ sebagai vektor-vektor singular kanan untuk matriks A , yang digunakan untuk menyusun kolom-kolom matriks V .
5. Kemudian tentukan vektor-vektor kolom dari U sebagai vektor-vektor singular kiri untuk matriks A dengan menggunakan basis ortonormal untuk ruang eigen yang berhubungan dengan nilai-nilai eigen dari AA^T .

Bentuk pemfaktoran matriks dengan menggunakan metode ini, menghasilkan matriks hasil faktor yang dapat memberikan informasi mengenai rank dan norm dari matriks awal. Dalam hal ini, banyak nilai singular tak nolnya merupakan jumlah ranknya dan akar dari jumlah kuadrat nilai-nilai singularnya sebagai norm dari matriks awal.

Selain itu, matriks faktor yang diuraikan berdasarkan banyak rank yang dimiliki dapat digunakan untuk menentukan seberapa dekat suatu matriks terhadap matriks awal, seperti yang telah dibahas pada contoh aplikasi pada tulisan ini. Dalam hal ini, bentuk dekomposisi nilai singular dari suatu matriks dapat digunakan untuk memperkecil ukuran matriks gambar awal yang dimiliki, sehingga menghasilkan gambar baru yang tidak jauh berbeda dengan gambar aslinya. Pada akhirnya, hal ini dapat mengakibatkan kapasitas memori yang dibutuhkan untuk penyimpanan gambar dapat diperkecil.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Anton, Howard. 1987 *Elementary Linear Algebra 6th edition*. Anton Textbooks, Inc. USA.
- [2] Adams, Bethany, and Manual, Nina. 15 Mei 2006. "Using the Singular Value Decomposition Particularly for the Compression of Color Images". <http://online.redwoods.cc.ca.us/instruct/darnold/LAPROJ/Fall05/Bethany/report.pdf>
- [3] Goldberg, Jack.L. 1991. *Matrix Theory with Application*. McGraw-Hill, Inc. USA.
- [4] Golub, G.H and Van Loan, C.F. 1989. *Matrix Computation 2nd edition*. John Hopkins University Press. USA.
- [5] Hourigan, J.S and Lynn V.M. 07 Mei 2006. "The Singular Value Decomposition". College of the Redwoods. <http://online.redwoods.cc.ca.us/instruct/darnold/LAPROJ/Fall98/JadLynn/report2.pdf>
- [6] Hanselman, Duane and Littlefield, Bruce. 2000. *MATLAB : Bahasa Komputasi Teknis (terjemahan)*. Penerbit Andi. Yogyakarta.
- [7] Jacob, Bill. 1990. *Linear Algebra*. W.H. Freeman and Company. USA.
- [8] Leon, S.J. 2001. *Aljabar Linear dan Aplikasinya (terjemahan); fifth edition*. Erlangga. Jakarta.
- [9] Noble, Ben and Daniel, J.W. 1988. *Applied Linear Algebra 3rd edition*. Prentice - Hall. New Jersey.
- [10] Strang, Gilbert. 1993. *Introduction to Linear Algebra*. Wellesley-Cambridge Press. United States of America.