

KESTABILAN ASIMTOTIK SISTEM PERSAMAAN

DIFERENSIAL NON LINIER MANDIRI

SKRIPSI SARJANA MATEMATIKA

Oleh

ILFA STEPHANE

05 134 012



JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS ANDALAS

PADANG

2010

ABSTRAK

Skripsi ini membicarakan kestabilan asimtotik sistem persamaan diferensial non linier mandiri. Syarat cukup yang menjamin kestabilan asimtotik sistem persamaan diferensial tersebut dibuktikan secara rinci, yakni sistem persamaan diferensial non linier mandiri stabil asimtotik jika sistem pelinierannya stabil asimtotik. Beberapa contoh untuk mengilustrasikan hasil, juga diberikan.

Kata kunci : *persamaan diferensial non linier mandiri, pelinieran, titik tetap, stabil asimtotik.*

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Diberikan suatu sistem

$$\dot{x} = f(x), \quad x \in S \subseteq \mathbb{R}^2 \quad (1.1.1)$$

dengan $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$. Sistem (1.1.1) dikatakan linier jika f adalah suatu pemetaan linier, dan dikatakan non linier jika f bukan pemetaan linier [1].

Salah satu perilaku penting yang perlu dikaji dari suatu sistem persamaan diferensial (1.1.1) adalah masalah kestabilan asimtotik. Kestabilan asimtotik sistem (1.1.1) dapat dimaknai sebagai solusi yang pada mulanya *cukup dekat* dari suatu titik tetap, maka dengan berlalunya waktu solusi tersebut akan *semakin dekat* dari titik tetapnya [3].

Kajian mengenai kestabilan asimtotik sistem (1.1.1) telah berlangsung lama, dan berbagai kriteria untuk menguji kestabilan asimtotik, baik linier maupun non linier, telah tersedia di berbagai literatur, lihat [1], [3], [4].

Dalam skripsi ini, penulis memaparkan kembali bagaimana bentuk syarat cukup agar suatu sistem persamaan diferensial non linier mandiri stabil asimtotik.

1.2 Permasalahan

Misalkan

$$\dot{x} = f(x), \quad x \in S \subseteq \mathbb{R}^2 \quad (1.2.1)$$

adalah suatu sistem persamaan diferensial non linier, dengan f adalah fungsi yang mempunyai turunan parsial pertama pada S .

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Diberikan suatu sistem

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in S \subseteq \mathbb{R}^2 \quad (1.1.1)$$

dengan $\mathbf{f} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$. Sistem (1.1.1) dikatakan linier jika \mathbf{f} adalah suatu pemetaan linier, dan dikatakan non linier jika \mathbf{f} bukan pemetaan linier [1].

Salah satu perilaku penting yang perlu dikaji dari suatu sistem persamaan diferensial (1.1.1) adalah masalah kestabilan asimtotik. Kestabilan asimtotik sistem (1.1.1) dapat dimaknai sebagai solusi yang pada mulanya *cukup dekat* dari suatu titik tetap, maka dengan berlalunya waktu solusi tersebut akan *semakin dekat* dari titik tetapnya [3].

Kajian mengenai kestabilan asimtotik sistem (1.1.1) telah berlangsung lama, dan berbagai kriteria untuk menguji kestabilan asimtotik, baik linier maupun non linier, telah tersedia di berbagai literatur, lihat [1], [3], [4].

Dalam skripsi ini, penulis memaparkan kembali bagaimana bentuk syarat cukup agar suatu sistem persamaan diferensial non linier mandiri stabil asimtotik.

1.2 Permasalahan

Misalkan

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in S \subseteq \mathbb{R}^2 \quad (1.2.1)$$

adalah suatu sistem persamaan diferensial non linier, dengan \mathbf{f} adalah fungsi yang mempunyai turunan parsial pertama pada S .

Permasalahan yang akan dipelajari adalah bagaimana bentuk syarat cukup agar suatu sistem persamaan diferensial non linier (1.2.1) stabil asimtotik.

1.3 Pembatasan Masalah

Untuk memudahkan pembahasan, maka dalam skripsi ini permasalahan dibatasi untuk sistem persamaan diferensial non linier yang sistem pelinierannya sederhana.

1.4 Tujuan

Mempelajari kestabilan asimtotik sistem persamaan diferensial non linier mandiri.

1.5 Sistematika Penulisan

Adapun sistematika penulisan dalam tugas akhir ini adalah :

BAB I : Pendahuluan

Bab ini berisi latar belakang, perumusan masalah, pembatasan masalah, tujuan penulisan, dan sistematika penulisan.

BAB II : Landasan Teori

Bab ini berisi teori-teori yang mendukung pembahasan tentang kestabilan asimtotik sistem persamaan diferensial non linier mandiri.

BAB III : Pembahasan

Bab ini berisi tentang kriteria yang harus dipenuhi untuk menentukan kestabilan asimtotik sistem persamaan diferensial non linier mandiri.

BAB IV : Penutup

Bab ini berisi kesimpulan tentang pembahasan mengenai kestabilan asimtotik sistem persamaan diferensial non linier mandiri.

BAB IV

KESIMPULAN

Sistem persamaan diferensial non linier berikut

$$\dot{x} = f(x), \quad x \in S \subseteq \mathbb{R}^2$$

akan stabil asimtotik apabila sistem pelinierannya stabil asimtotik.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Arrowsmith, D. K and C. M. Place. 1990. *Ordinary Differential Equations*. Chapter and Hall. London
- [2] Bartle, R. G. 1976. *The Elements of Real Analysis*. 2nd edition. John Wiley and Sons, New York
- [3] Boyce, W. E and R. C. DiPrima. 1992. *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems*. 5th Edition. John Wiley and Son, Inc, Canada
- [4] Budhi, W.S. 1995. *Kalkulus Peubah Banyak dan Penggunaannya*. ITB Bandung, Bandung
- [5] Hale, J. K and H. Kocak. 1991. *Dinamic and Bifurcations*. Springer-Verlag, USA
- [6] Horn, R. A and R. J. Charles. 1999. *Matrix Analysis*. Cambridge University Press, USA.