BILANGAN RAMSEY UNTUK KOMBINASI GRAF LENGKAP YANG DIHAPUS SATU SISINYA DAN GRAF LENGKAP

SKRIPSI SARJANA MATEMATIKA

Oleh:

<u>LISMANIZAR</u>
05134004

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVESITAS ANDALAS
PADANG
2010

ABSTRAK

Diberikan graf lengkap yang dihapus satu sisinya $K_n - e$ dan graf lengkap K_m dengan n, m bilangan asli. Bilangan Ramsey $R(K_n - e, K_m)$ adalah bilangan asli terkecil p sedemikian sehingga, sembarang graf G dengan p titik senantiasa memuat graf lengkap yang dihapus satu sisinya $K_n - e$ dengan n titik atau memuat himpunan titik saling bebas berorder m. Dalam skripsi ini akan ditunjukkan bahwa bilangan Ramsey $R(K_4 - e, K_4) = 11$.

Kata kunci: *Bilangan Ramsey, Graf lengkap yang dihapus satu sisinya, dan Graf lengkap.*

BAB I

PENDAHULUAN

I.1 Latar Belakang

Seorang tukang pos akan mengantar surat ke beberapa kota. Bagaimana ia merencanakan rute perjalanannya supaya ia melewati setiap jalan tepat sekali dan kembali lagi ke tempat awal keberangkatan? Dengan menggunakan rumusan atau model teori graf, suatu permasalahan dapat menjadi lebih sederhana sehingga mudah menganalisanya. Berikut adalah contoh permasalahan dari eksistensi suatu hubungan pada sejumlah orang sebarang.

Ketika seseorang ingin mengadakan pesta, dan di dalam pesta tersebut ia menginginkan terdapat tiga orang saling kenal atau tiga orang tidak saling kenal, maka minimal berapa orangkah yang harus di undangnya agar keinginannya itu terpenuhi? Untuk menjawab pertanyaan ini, teori yang eksistensinya telah ditunjukkan oleh Frank Plumton Ramsey pada salah satu papernya tahun 1930, cukup membantu.

Pada salah satu papernya, Ramsey menunjukkan bahwa untuk setiap bilangan asli n, terdapat bilangan asli $R(n)$ sedemikian sehingga, jika semua sisi dari graf lengkap dengan $R(n)$ titik diwarnai dengan warna merah atau biru, maka graf tersebut akan selalu memuat graf lengkap K_n merah atau K_n biru sebagai subgraf. Bilangan $R(n)$ ini kemudian disebut sebagai **bilangan Ramsey**.

Pada permasalahan di atas, jika setiap orang dinotasikan sebagai suatu titik dan setiap dua orang saling kenal dinotasikan sebagai suatu sisi dengan warna merah, sedangkan setiap dua orang tidak saling kenal dinotasikan sebagai suatu sisi dengan warna biru, maka tiga orang saling kenal identik dengan K_3 merah dan tiga orang tidak saling kenal identik dengan K_3 biru. Dengan demikian, apabila dikaitkan dengan teori Ramsey, maka minimal banyaknya orang yang harus di undang sama halnya dengan menentukan bilangan $R(K_3, K_3)$.

Kemudian permasalahan ini diperluas oleh Erdos dan Szekeres pada tahun 1935. Mereka membuktikan bahwa jika diberikan dua buah bilangan asli a dan b dengan $a, b \geq 2$, maka terdapat bilangan asli $R(a, b)$ sedemikian sehingga, jika sisi-sisi dari graf lengkap dengan $R(a, b)$ titik diwarnai dengan warna merah atau biru, maka graf tersebut akan selalu memuat graf lengkap K_a merah atau K_b biru sebagai subgraf. Selanjutnya bilangan Ramsey $R(a, b)$ disebut **bilangan Ramsey klasik**.

Secara umum penentuan bilangan Ramsey klasik sangat sulit. Sampai saat ini, bilangan Ramsey yang telah ditemukan masih sangat sedikit, yaitu untuk $a = 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ berpasangan dengan $b = 3$ dan $a = 4, 5$ berpasangan dengan $b = 4$ [9]. Akibatnya, pada perkembangan selanjutnya objek dalam masalah ini tidak hanya terbatas pada graf lengkap saja, tapi diperluas pada bentuk graf yang lain misalnya menentukan bilangan Ramsey unntuk graf bintang (*star*), graf kipas (*fan*), graf lingkaran (*cycle*), graf roda (*wheel*), graf lintasan (*path*) dengan graf-graf lainnya.

I.2 Permasalahan

Diberikan graf lengkap yang dihapus satu sisinya $K_n - e$, dan graf lengkap K_m dengan n, m bilangan asli. Tentukan bilangan asli terkecil $R(K_n - e, K_m) = p$

sedemikian sehingga, sebarang graf G dengan p titik senantiasa memuat graf lengkap yang dihapus satu sisinya $K_n - e$ dengan n titik atau memuat himpunan titik saling bebas berorde m.

I.3 Pembatasan Masalah

Karena penentuan bilangan Ramsey masih merupakan masalah yang sangat sulit, maka kajian permasalahan dibatasi untuk $n = m = 4$. Jadi, pada skripsi ini akan dibahas bilangan Ramsey $R(K_4 - e, K_4)$, yaitu bilangan Ramsey untuk kombinasi graf lengkap yang dihapus satu sisinya $K_4 - e$ dan graf lengkap K_4.

I.4 Tujuan

Adapun tujuan penulisan skripsi ini adalah menentukan bilangan Ramsey untuk kombinasi graf lengkap yang dihapus satu sisinya $K_n - e$ dan graf lengkap K_m dengan $n = m = 4$.

I.5 Sistematika Penulisan

Pada Bab I akan disajikan latar belakang, permasalahan, pembatasan masalah, tujuan, dan sistimatika penulisan skripsi. Selanjutnya, landasan teori yang mencakup definisi dan terminologi dalam teori graf, pengertian bilangan Ramsey, serta beberapa teorema dan lema pendukung disajikan pada Bab II. Pembahasan hasil utama pada skipsi ini dipaparkan pada Bab III. Kemudian, penulisan skripsi ini diakhiri dengan kesimpulan dan saran yang diberikan pada Bab IV.

BAB IV

KESIMPULAN DAN SARAN

IV.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil yang telah diperoleh pada Bab III, dapat disimpulkan bahwa bilangan Ramsey untuk kombinasi graf lengkap yang dihapus satu sisinya $K_4 - e$ dan graf lengkap K_4 adalah 11.

IV.2 Saran

Karena masih begitu banyak bilangan-bilangan Ramsey yang belum ditemukan, maka penulis menyarankan untuk mengkaji bilangan Ramsey dari kombinasi graf lengkap dengan graf lainnya.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Baskoro, E. T., surahmat, Nababan, S. M. and Miller, M. 2002. *On Ramsey Numbers for all tree versus Wheels of Five or Six Vertices.* Graphs and Combinatorics 18:717-721.

[2] Bondy, J. A. and U. S. R. Murty. 2008. *Graph Theory.* Graduate Texts in Mathematics, Springer

[3] Burr, S. A. and Erdos, P. 1989. *Generalization of a Ramsey Numbers of $K_{2,n}$ in Graph Theory.* Algorithm and applications. SIAM Philadelphia. 207-211

[4] Chartrand, G. and Zhang, P. 2005. *Introduction to Graph Theory.* McGraw-Hill Press, Boston

[5] Chvatal, V. and Harary, F. 1972. Generalized Ramsey Theory for Graph, III. Small off-diagonal numbers. *Pacific. J. Math.* 41: 335-345.

[6] Harary, F. 1972. *Graph Theory.* Addison-Wesley Publishing Company, Inc, Philippines.

[7] Hartsfield, N. and Ringel, G. 1994. *Pearls in Graph Theory.* Academic Press, Inc, London.

[8] Henry, G. R. T. 1989. *The Ramsey Numbers $R(K_2 + \overline{K_3}, K_4)$ and $R(K_1 + C_4, K_4)$*, utilities, math. 35: 40-54.

[9] Radziszowski, S. P. 2009. Small Ramsey Numbers. *Electron J. Combin.* DS1.12.