

DETERMINAN *BLOCK* MATRIKS

SKRIPSI SARJANA MATEMATIKA

Oleh:

RAHAYU NOFITA JURI

04 134 029



**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS ANDALAS
PADANG
2009**

ABSTRAK

Block matriks merupakan hasil dari partisi matriks, sehingga elemen-elemennya juga merupakan matriks. *Block* matriks digunakan untuk memanipulasi sebuah matriks yang berukuran besar tanpa merubah nilai dari elemen-elemen matriks itu sendiri. Pada skripsi ini, akan dibahas beberapa sifat determinan *block* matriks.

Kata Kunci : Determinan, *block*, matriks.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Determinan yaitu suatu fungsi yang bernilai skalar yang didefinisikan pada matriks $n \times n$, atau sebuah aturan yang mengaitkan bilangan dengan matriks.

Determinan ini erat hubungannya dengan sistem persamaan linier homogen. Sebuah sistem persamaan linier homogen mempunyai solusi bukan nol adalah jika dan hanya jika determinannya sama dengan nol.

Salah satu cara untuk memperoleh determinan dari sebuah sistem persamaan linier homogen yaitu dengan terlebih dahulu menampilkan data-data numerik yang berkaitan dengan sistem persamaan ke dalam bentuk baris-baris dan kolom-kolom yang membentuk jajaran empat persegi panjang yang disebut matriks, sehingga dapat dilakukan operasi yang sesuai terhadap matriks untuk memperoleh nilai dari determinan matriks tersebut.

1.2 Perumusan Masalah

Untuk memperoleh nilai dari determinan matriks berukuran $n \times n$, dengan n merupakan suatu bilangan asli yang sangat besar, diperlukan sebuah manipulasi sehingga perhitungan yang dilakukan akan lebih sederhana.

Salah satu manipulasi yang dapat dilakukan yaitu dengan mempartisi matriks berukuran besar menjadi beberapa *block* sehingga ukuran dari matriks tersebut menjadi lebih kecil, dengan demikian perhitungan dapat dilakukan dengan lebih cepat.

Pada penelitian tugas akhir ini akan dibahas bagaimana memperoleh determinan dari matriks yang telah dipartisi ke dalam beberapa *block* matriks.

1.3 Pembatasan Masalah

Dalam penelitian ini penulis membatasi permasalahan yang akan dibahas yaitu pada determinan *block* matriks, dengan elemen-elemen yang merupakan anggota dari bilangan riil.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui sifat-sifat dari determinan *block* matriks, dan untuk mengetahui apakah sifat-sifat determinan pada matriks sebelum dipartisi ke dalam beberapa *block* matriks juga berlaku pada matriks yang telah dipartisi ke dalam *block* matriks.

1.5 Sistematika Penulisan

Secara keseluruhan, penulisan tugas akhir ini terdiri dari empat bab. Bab I Pendahuluan. Pada bab ini dipaparkan latar belakang, perumusan masalah, pembatasan masalah, tujuan penelitian, dan sistematika penulisan. Bab II Landasan Teori. Pada bab ini berisi definisi dan teorema yang berhubungan dengan matriks dan sifat-sifat determinan matriks. Bab III Pembahasan. Pada bab ini dibahas tentang *block* matriks dan sifat-sifat determinan *block* matriks. Bab IV Kesimpulan. Bab ini berisi kesimpulan dari pembahasan masalah pada bab sebelumnya.

BAB IV

KESIMPULAN

Dari pembahasan pada bab sebelumnya dapat disimpulkan bahwa sifat-sifat determinan *Block* Matriks yaitu :

1. Untuk setiap *Block* Matriks diagonal, dengan *block* diagonal **A** dan **B**, berlaku

$$\det \begin{bmatrix} A & O \\ O & B \end{bmatrix} = \det(A)\det(B)$$

2. $\det \begin{bmatrix} A & B \\ O & D \end{bmatrix} = \det(A)\det(D)$, jika **A** dan **D** matriks kuadrat dan *nonsingular*.

3. Jika **A** dan **D** adalah matriks kuadrat, maka

$$\det \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{cases} \det(A)\det(D - CA^{-1}B) & ; \text{jika } A^{-1} \text{ ada.} \\ \det(D)\det(A - BD^{-1}C) & ; \text{jika } D^{-1} \text{ ada.} \end{cases}$$

Matriks $D - CA^{-1}B$ dan $A - BD^{-1}C$ disebut sebagai *Schur Complements*.

4. Jika matriks **M** dapat ditulis sebagai:

$$M = \begin{bmatrix} O & A \\ -B & I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} AB & A \\ O & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & O \\ -B & I \end{bmatrix}$$

dengan **A** adalah matriks berukuran $m \times n$ dan **B** matriks berukuran $n \times m$, maka berlaku $\det(M) = \det(AB)$.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Anton, Howard. 1991. *Aljabar Linear Elementer*. Erlangga, Jakarta
- [2] Apostol, Tom M. 1997. *Linear Algebra: A First Course with Applications to Differential Equations*. A Wiley-Interscience Publication, United States of America
- [3] Campbell, Hugh G. 1980. *Linear Algebra with Applications*. 2nd ed. Prentice-Hall, inc. Englewood Cliffs, New Jersey
- [4] Cullen, Charles G. 1992. *Aljabar Linier dengan Penerapannya*. Alih bahasa Bambang Sumantri. Gramedia Pustaka Utama, Jakarta
- [5] Hadley, G. 1983. *Aljabar Linier*. Alih bahasa: Drs. Naipospos, Departemen P & K, Dra. Noeniek Soemartoyo, Ketua Jurusan Matematika FIPIA Universitas Indonesia. Erlangga, Jakarta Pusat
- [6] Jacob, B. 1990. *Linear Algebra*. W.H. Freeman and Company, New York
- [7] Lay, David C. 2003. *Linear Algebra and its Applications*, 3rd ed. Addison-Wesley, United States of America
- [8] Meyer, Carl D. 2000. *Matriks Analysis and Applied Linear Algebra*. Brighted Material, Siam
- [9] Strang, Gilbert. 1993. *Introduction to Linear Algebra*. Wellesley-Cambridge press, United States of Amerika
- [10] Shores, Thomas S. 2000. *Applied Linear Algebra and Matrix Analysis*. Department of Mathematics. University of California at Berkeley, USA.